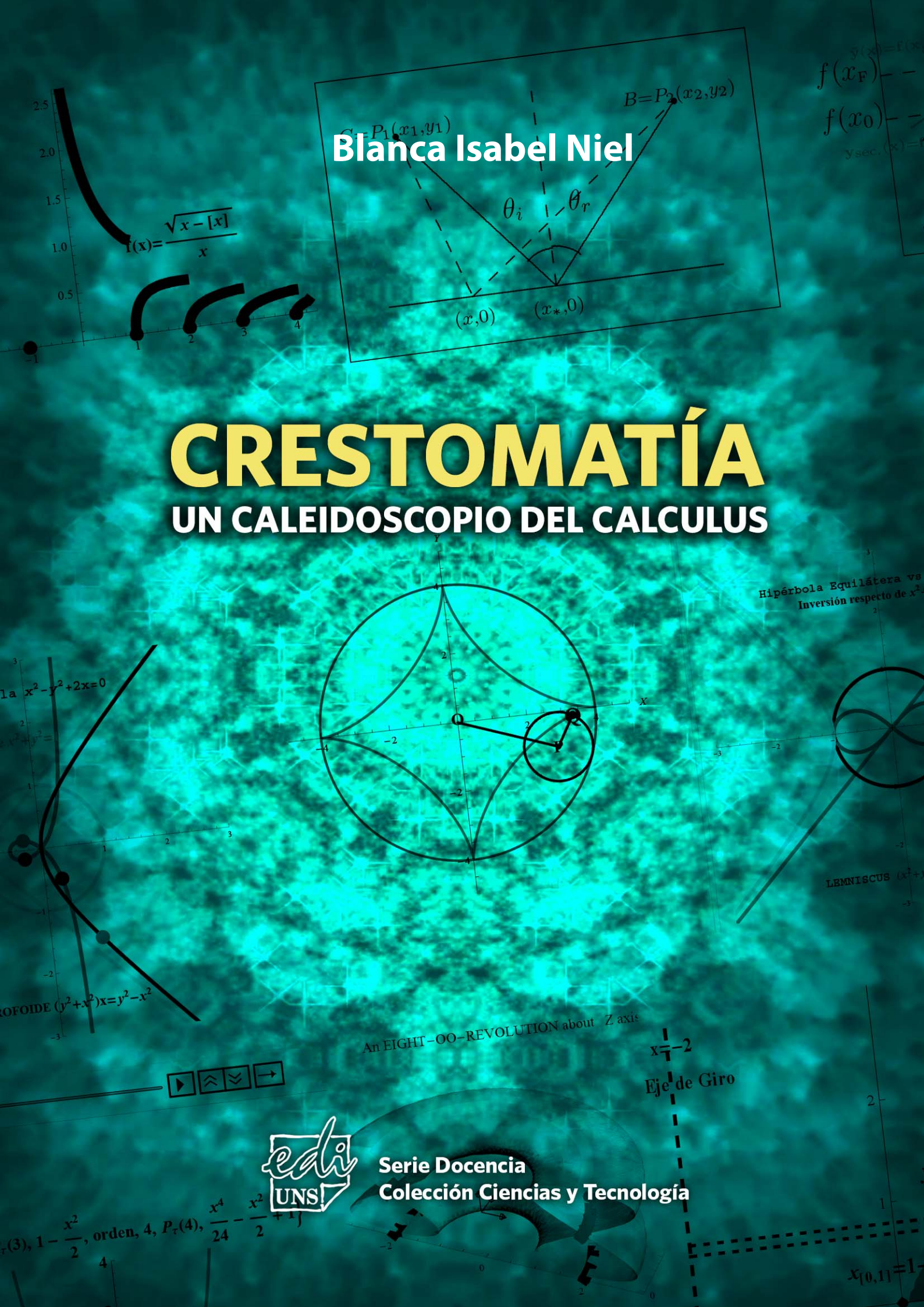


Blanca Isabel Niel

CRESTOMATÍA

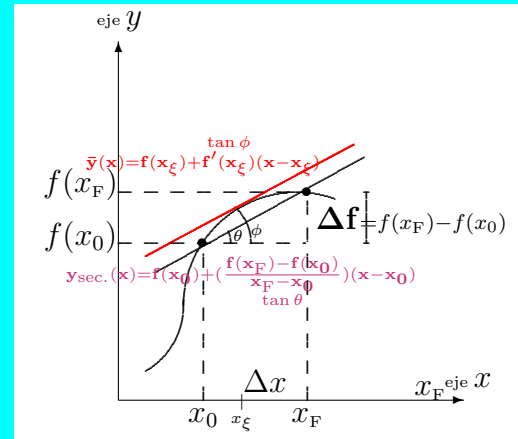
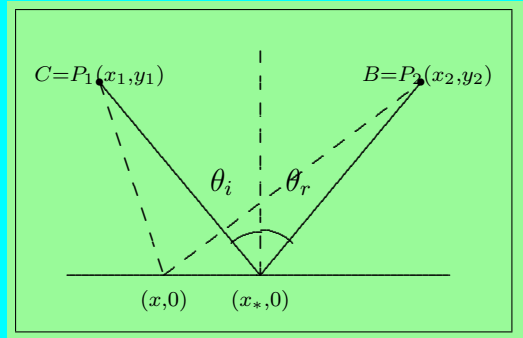
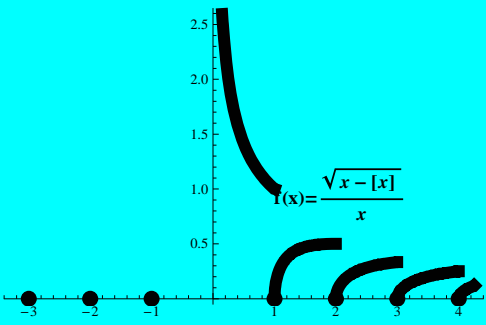
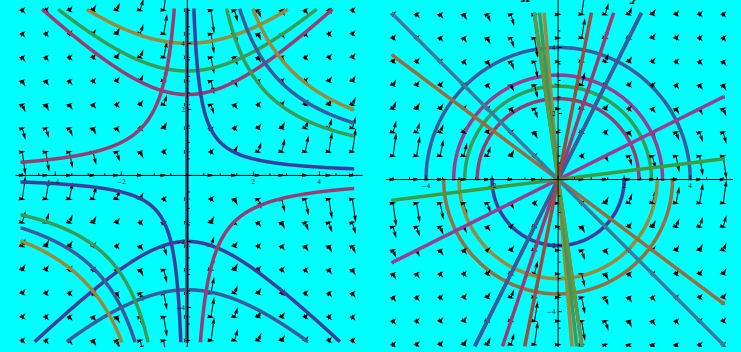
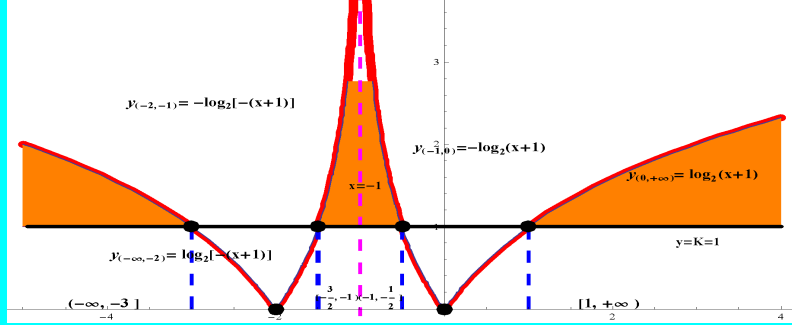
UN CALEIDOSCOPIO DEL CALCULUS



Serie Docencia
Colección Ciencias y Tecnología

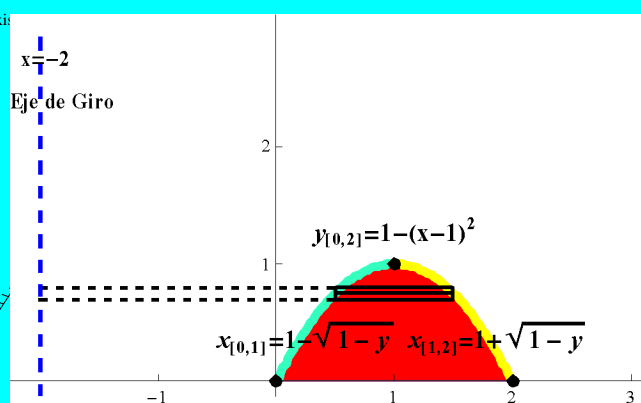
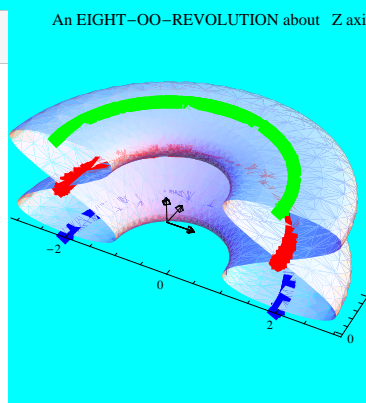
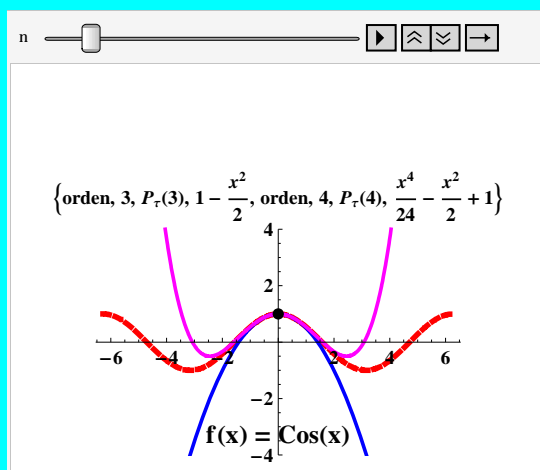
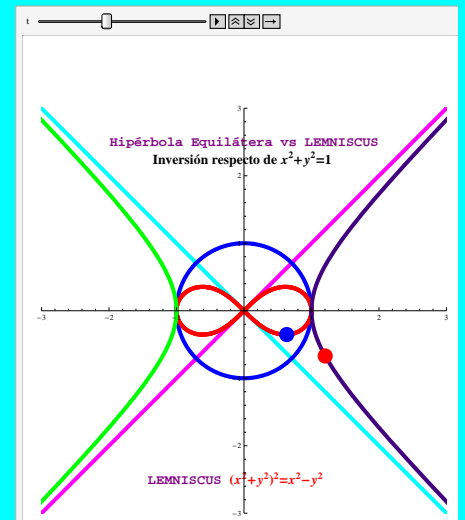
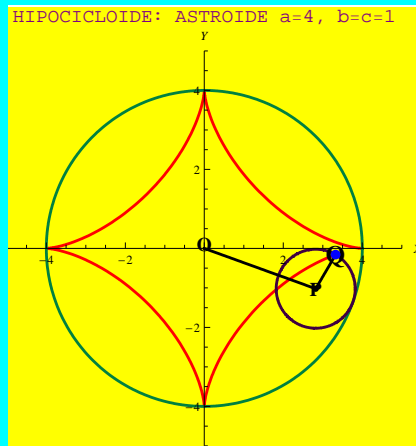
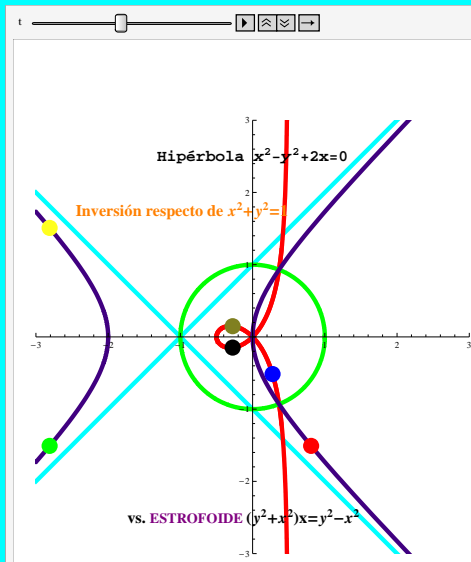
$f(3), 1 - \frac{x^2}{2}$, orden, 4, $P_r(4), \frac{x^4}{24} - \frac{x^2}{2} + 1$

$x_{[0,1]} = 1$



CRESTOMATÍA: UN CALEIDOSCOPIO DEL CALCULUS

Blanca Isabel Niel. Departamento de Matemática. U.N.S.



Niel, Blanca Isabel

Crestomatía : un caleidoscopio del calculus / Blanca Isabel Niel. - 2a edición para el alumno - Bahía Blanca

: Editorial de la Universidad Nacional del Sur. Ediuns, 2015.

DVD-ROM, PDF

ISBN 978-987-655-083-3

1. Matemática. I. Título.

CDD 510



Editorial de la Universidad Nacional del Sur

ediuns@uns.edu.ar

www.ediuns.uns.edu.ar | Facebook: Ediuns



REUN

Red de Editoriales de Universidades Nacionales



Libro

Universitario

Argentino

No se permite la reproducción parcial o total, el alquiler, la transmisión o la transformación de este libro, en cualquier forma o por cualquier medio, sea electrónico o mecánico, mediante fotocopias, digitalización u otros métodos, sin el permiso previo y escrito del editor. Su infracción está penada por las leyes n.º 11723 y 25446.

Queda hecho el depósito que establece la ley n.º 11723

Bahía Blanca, Argentina, marzo de 2016.

© 2016. EdiUNS.

Índice general

1. Nuestro título.	31
1.1. CRESTOMATÍA: UN CALEIDOSCOPIO DEL CALCULUS.	31
1.2. Pautas para una lectura digital.	33
1.2.1. Pautas para la extracción de páginas y/o subdocumentos	35
1.2.2. Consejos para cuando se sientan muy abrumados	35
2. Cronograma y Trabajos Prácticos	39
2.1. Trabajo Práctico N \cong 0: Funciones y desigualdades, “valor absoluto”.	47
2.2. Trabajo Práctico N \cong I: Límite de una función de una variable real.	68
2.3. Trabajo Práctico N \cong II: Continuación de Límite. Continuidad en un punto x_0 . Continuidad en un intervalo cerrado $[a, b]$	76
2.4. Trabajo Práctico N \cong IIIi: Concepto de Derivada de $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$	83
2.5. Trabajo Práctico N \cong III: Esencialmente: Cálculo de derivadas. Ejercicios resueltos pp. 342-350.	92
2.6. Trabajo Práctico N \cong IV: Derivada – Aplicaciones.	96
2.7. Trabajo Práctico N \cong V: Teorema del Valor Medio del Cálculo Diferencial.	106
2.8. Trabajo Práctico N \cong VI: Antiderivación.	111
2.9. Trabajo Práctico N \cong VII: Aplicaciones de la Integral Definida.	118
2.10. Trabajo Práctico N \cong VIII: Aplicaciones de la Fórmula de Taylor.	131
2.11. Trabajo Práctico N \cong IX: Sucesiones.	138
2.12. Trabajo Práctico N \cong X. Series.	149
2.13. Trabajo Práctico N \cong XI. Funciones vectoriales: Aplicaciones.	186
2.13.1. Construcción de curvas planas e inversión circular	209

3. Funciones Trigonométricas y Curvas Planas	225
3.1. Funciones Trigonométricas y Curvas Planas: Ejercicios resueltos. Nivel I: 1 ^{er} PARCIAL - ♣ © 1 ^{er} COLOQUIO.	226
4. Medida: Valor Absoluto	243
4.1. Ejercicios resueltos: PRIMER COLOQUIO OPTATIVO	243
4.2. Gráficas de $y = \cosh x$ e $y = \sinh x$	257
4.3. Inversión por ramas de $y = \cosh x$	258
4.4. Inversión en intervalo principal.	260
5. Teoremas de límites.	261
5.1. Existencia del límite finito: Ejemplos resueltos utilizando la definición. . .	268
5.2. No existencia de límite finito.	278
5.3. Asíntotas.	286
5.3.1. Otra manera práctica de hallar las asíntotas	294
5.4. Continuidad: Ejercicios Resueltos	297
5.4.1. Definición de continuidad en un punto	297
5.4.2. Definición práctica de continuidad en un punto	298
5.4.3. Propiedades de funciones continuas en un punto	298
5.4.4. Propiedades de funciones continuas en un intervalo cerrado y acotado	299
5.4.5. Teorema del Punto Fijo.	302
6. Derivada. Diferencial	327
6.1. Derivada y la diferencial	327
6.2. Gráfico de $f(x) = \sqrt[3]{x^2(6-x)}$	351
6.3. Velocidades Relacionadas	355
6.4. Optimización	360
6.5. Ejercicio resuelto: Optimización. Nivel II: 2 ^{do} PARCIAL - ♣ © 2 ^{do} CO- LOQUIO.	367
7. Teorema de Rolle. Teorema de Lagrange. Regla de L'Hôpital	373

7.1. Teoremas del Valor Medio del Cálculo Diferencial: Justificaciones y aplicaciones.	373
8. Integración: Notas teóricas	395
8.1. El concepto de la integral definida	395
8.2. Definición de la integral	397
8.3. El Área y la Integral	405
8.4. Sumas de Riemann	414
8.4.1. Algunas propiedades de la integral	420
8.4.2. La Función Integral	426
8.5. Teorema Fundamental del Cálculo Integral (Para funciones continuas) . . .	428
8.5.1. Regla de Barrow (Para funciones continuas)	429
8.5.2. Teorema Fundamental del Cálculo Integral (Segunda versión) . . .	431
8.6. Apéndice	434
8.7. Ejercicios resueltos: Aplicación de la Integral Definida. Nivel III: 3 ^{er} PAR-	
CIAL.	438
8.7.1. Áreas	438
8.7.2. Volúmenes de Sólidos de Revolución	439
8.8. Ejercicios resueltos: Ejemplos de física. Ecuación de Landau. Nivel IV:	
♣© 4 ^{to} COLOQUIO.	445
8.8.1. Antiderivadas ejemplos muy sencillos de la física	451
9. Fórmula de Taylor y Método de Newton	455
9.1. Generalización del Teorema del Valor Medio del Cálculo Diferencial	455
9.2. Contacto entre dos curvas	457
9.2.1. Orden de contacto entre curvas	459
9.2.2. Aproximación local de una función mediante funciones polinomiales	462
9.2.3. Expresión de una función polinómica por potencias de $(\mathbf{x} - \alpha)$. .	462
9.2.4. Expresión de una función polinómica en términos de sus derivadas	
en un punto α	463
9.3. Polinomios de Taylor	464

9.4.	Fórmula de Taylor	464
9.4.1.	Diversas formas del término complementario de la Fórmula de Taylor	465
9.4.2.	Expresión infinitesimal del término complementario de la Fórmula de Taylor	466
9.4.3.	Forma de Lagrange del término complementario de la Fórmula de Taylor	468
9.4.4.	Otra manera de obtener la forma de Lagrange del término complementario de la Fórmula de Taylor	470
9.4.5.	Forma integral del término complementario de la fórmula de Taylor	471
9.4.6.	Parábola osculatriz -“the kissing parabola”- y el error infinitesimal .	479
9.4.7.	Circunferencia osculatriz: the kissing circumference	485
9.4.8.	Discusión general de la concavidad e inflexiones	490
9.4.9.	Discusión general de los máximos y mínimos relativos	492
9.5.	Resolución aproximada de ecuaciones: Método de Newton	495
9.5.1.	Método de Newton	496
9.5.2.	Acerca de la eficiencia del método de Newton	499
9.6.	Ejercicio resuelto: Estudio de $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$. Nivel IV ♣ © 4 ^{to} CO- LOQUIO.	504
9.6.1.	Sugerencias para el estudio de $f(x) = \frac{x^{1+x}}{(1+x)^x}$	513
10.	Sistema de Coordenadas Polares	517
10.1.	Introducción	517
10.2.	Coordenadas polares de un punto en el plano	518
10.2.1.	Circunferencias	523
10.2.2.	Rosas	524
10.2.3.	Cardioides y Limaçoes (Caracoles)	530
10.2.4.	Observaciones que facilitan la construcción de gráficos en polares .	540
10.3.	Familias de curvas: Concoides de Nicomedes	543

11. Antiderivación y E.D.O. simples	545
11.1. Crecimiento y/o decrecimiento en poblaciones	546
11.1.1. Familias de funciones y cuasi-asociables E.D.O.	569
11.1.2. Resolución de diferentes problemas de valores iniciales	574
11.1.3. Carp Population	583
12. Sucesiones y Series: Ejercicios resueltos	609
13. Ilustraciones: Snapshots	619
13.1. Pop-Up-Window: Valor Absoluto.	621
13.2. Animaciones constructivas: Grilla polar.	622
13.3. $\mathbf{r}(\theta) = \mathbf{f}(\theta)$: Gráfica cartesiana vs. polar.	623
13.4. Metamorfosis: De circunferencias a Limaços.	624
13.5. Sentencias perfectibles: §3, pp. 225-236.	625
13.6. Sentencias y <i>Sucesiones</i> infinitas de reales.	626
13.7. Optimización en compactos	627
13.8. O.D.E.: Sentencias vs. unicidad de soluciones.	628
13.9. Secuencias y conoides de Nicomedes, e.g. 10.3.	629
13.10 Bifurcación \pitchfork en la E.D.O. de Landau.	630
13.11 DSolve y E.D.O.	631
13.12 Cicloides. Hipotrocoides. Epitrocoides.	632
13.13 Circunferencias oscultrices, evolutas, envolventes: curvatura y radio de curvatura	634
13.14 Triedro cartesiano plus esferas concéntricas.	635
13.15 Cuádricas.	636
13.16 Superficies de revolución \wp , ∞ y \circ	637
13.17 Rampa helicoidal y Cinta de Moëbius	638
13.18 Cómputos y Conjeturas en el Cálculus.	639
14. Hamilton en la Geometría Óptica vs Hamilton en el Icosian Game	641
14.1. Hamilton de la Geometría Óptica a Hamilton en un Juego Hamiltoniano .	644

14.2. Metodología Empleada	644
14.3. Problema de Herón	645
14.3.1. Obtención de la braquistócrona por cálculos algebraicos	647
14.3.2. Obtención de la braquistócrona por razones geométricas	647
14.4. Ley de Snell	648
14.4.1. Tratamiento de una interfase de ancho unitario	650
14.4.2. Determinando la braquistócrona en una interfase de ancho unitario	653
14.4.3. Contribuciones auxiliares	655
14.4.4. Caracterización de $p(x, c, c_1)$	658
14.4.5. Resolución del caso palíndromo	660
14.4.6. Solución en una interfase de ancho arbitrario	661
14.4.7. Refracciones sucesivas: Braquistócrona.	662
14.5. Naturaleza no necesariamente expedita	666
14.5.1. Primer ejemplo en el espejo circular	667
14.5.2. Segundo ejemplo en el espejo cuasi-esférico	671
14.5.3. Tercer ejemplo en el espejo cuasi-esférico	673
14.6. Confluencia de dos áreas de investigación de Hamilton	694
14.6.1. Comunicaciones y publicaciones de ideas del Capítulo	697
15. Parciales y/o Coloquios	699
15.1. ♣© 1 ^{er} COLOQUIO OPTATIVO	700
15.2. ♣© 1 ^{er} COLOQUIO OPTATIVO - 2015	702
15.3. ♣© 2 ^{do} COLOQUIO OPTATIVO	711
15.4. 3 ^{er} PARCIAL - ♣© 3 ^{er} COLOQUIO	722
15.5. 4 ^{to} PARCIAL - ♣© 4 ^{to} COLOQUIO OPTATIVO	732
15.6. 5 ^{to} PARCIAL-♣© 5 ^{to} COLOQUIO OPTATIVO	741
15.7. ♣© 4 ^{to} COLOQUIO OPTATIVO - 2015	748
15.8. ♣© 5 ^{to} COLOQUIO OPTATIVO - 2015	754
15.8.1. Longitud de arco y curvatura en coordenadas polares	771
15.8.2. Evolutas y misceláneas	774

15.8.3. Comparemos $\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} \Delta t$ y la cuerda	780
16. Contribuciones del compendio.	813
17. Forthcoming Issue: Calculus en varias variables	815
18. Bibliografía	817
19. Notables del CALCULUS et al.	835