

---

## CAPÍTULO

# 1 Cañerías

---

“La ciencia es el capitán, la práctica el soldado” (Leonardo da Vinci)

### Contenido

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1     | Introducción .....  | 2  |
| 2     | La normalización de los caños .....   | 2  |
| 2.1   | Diámetro .....  | 2  |
| 2.2   | Espesor de la pared .....   | 3  |
| 3     | La energía en el flujo de fluidos en cañerías .....   | 4  |
| 4     | Flujo incompresible .....   | 6  |
| 4.1   | Caída de presión en accesorios .....  | 10 |
| 4.1.1 | Longitud equivalente .....  | 12 |
| 4.1.2 | Coeficiente de resistencia (método de los dos factores de fricción, o método de Crane)..... | 14 |
| 4.1.3 | Doble coeficiente de resistencia: 2-K (método de Hooper).....                               | 18 |
| 4.1.4 | Triple coeficiente de resistencia (método de Darby).....                                    | 19 |
| 4.2   | Selección del diámetro de una cañería .....   | 22 |
| 5     | Flujo compresible.....  | 24 |
| 5.1   | Ecuaciones básicas para flujo compresible .....   | 26 |
| 5.2   | Flujo adiabático .....  | 26 |
| 5.3   | Flujo isotérmico .....  | 28 |
| 5.4   | Longitud crítica. Ejemplos .....  | 29 |
| 6     | Flujo bifásico líquido - gas .....  | 36 |
| 6.1   | Estructuras de flujo.....   | 36 |
| 6.1.1 | Flujo horizontal.....   | 36 |
| 6.1.2 | Flujo vertical .....  | 38 |
| 6.2   | Balance de energía mecánica de flujos bifásicos .....                                       | 40 |
| 6.2.1 | Modelo de flujo homogéneo .....   | 40 |
| 6.2.2 | Flujo segregado .....   | 41 |
| 7     | Métodos simplificados de análisis de flexibilidad en cañerías .....                         | 44 |
| 7.1   | Verificación de Flexibilidad.....   | 45 |
| 7.2   | Métodos simplificados de análisis de flexibilidad en cañerías. ....                         | 47 |
| 8     | Bibliografía.....   | 50 |
| 9     | Problemas.....  | 52 |
| 10    | Apéndice del capítulo 1.....  | 56 |

## 1 Introducción

El desarrollo tecnológico sería imposible sin el uso de sistemas de cañerías. No hay actividad humana en donde las cañerías no intervengan en forma directa o indirecta. Mediante cañerías se distribuye el agua potable en las ciudades, los desechos son transportados desde las zonas residenciales a las plantas de tratamiento. El uso del gas natural como combustible implica el empleo de una intrincada red de cañerías desde los pozos productores de gas hasta los puntos de consumo doméstico o industrial. Sin el uso de cañerías no se podría transportar el petróleo hacia las refinerías, ni tampoco producir y distribuir la extensa gama de combustible y otros productos industriales de uso masivo que consume la civilización moderna y hace posible la vida tal como la conocemos hoy. Las cañerías posibilitan la producción de energía en las plantas de potencia y protegen las instalaciones industriales y domésticas mediante redes de agua y/o espuma para la lucha contra un eventual incendio. Pretender hacer una lista exhaustiva de ejemplos del uso de cañerías en nuestra vida moderna sería una tarea agotadora. Resumiendo los sistemas de cañería son una parte esencial e integral de nuestra moderna civilización, de la misma manera que las arterias y venas son esenciales para el cuerpo humano. No hay bien que se consuma diariamente en el cual no haya intervenido de alguna manera u otra el uso de cañerías.

El diseño, construcción, operación y mantenimiento de los sistemas de cañerías implica la correcta interpretación de las leyes fundamentales del flujo de fluidos, el conocimiento de los materiales, la adecuada aplicación de bases de diseño y normas de aplicación.

El término cañería abarca una serie de elementos tales como: el caño como elemento principal, bridas de unión, accesorios, juntas y válvulas. También incluye los soportes que se encargan de mantener en posición el tendido de los caños, y todos los elementos necesarios para prevenir una sobrepresión o una deformación excesiva que pudiera poner en peligro la integridad del sistema y de las personas que lo operan. Como vemos, el caño propiamente dicho es sólo una parte de una cañería. Recién cuando se unen distintas secciones de caño entre si, mediante la intercalación de accesorios, válvulas u otros componentes mecánicos necesarios, se puede decir que se tiene una cañería.

Este capítulo está dedicado al desarrollo de los aspectos básicos del flujo incompresible de fluidos en cañerías simples para líquidos, gases (vapores) o mezcla de líquidos y gases o vapores. También se tratarán aspectos mecánicos como flexibilidad de cañerías sencillas, y flujo de fluidos compresibles en conductos de sección transversal constante.

## 2 La normalización de los caños

Por una cuestión práctica, el diámetro y espesor de pared de un caño no es conveniente que tenga cualquier valor a elección del diseñador o el fabricante. Si así fuera, no habría forma sencilla de ensamblar caños de distinta procedencia para conformar una cañería. Por lo tanto es necesario que las dimensiones de los caños (diámetro exterior y espesor de pared) respondan a alguna norma reconocida por fabricantes y diseñadores, que establezca los diámetros y espesores permitidos.

### 2.1 Diámetro

Para normalizar el diámetro exterior de los caños, es ampliamente utilizado el sistema de **tamaños nominales** (Nominal Pipe Size, o NPS). Este sistema comprende una serie de números adimensionales relacionados con el diámetro exterior de los caños. Para caños con diámetros exteriores iguales o mayores a 14 pulgadas, el

tamaño nominal indica exactamente el diámetro exterior en pulgadas. Para caños con diámetros inferiores a 14 pulgadas, el tamaño nominal indica aproximadamente el diámetro exterior en pulgadas. Así, un caño nominal NPS 3 tiene un diámetro exterior real de 3.5 pulgadas, mientras que un caño nominal NPS 18 tiene un diámetro exterior exactamente de 18 pulgadas. La serie de tamaños nominales desde NPS 1/8 hasta NPS 30 se encuentra en la Tabla A1.1 del Apéndice. La Tabla A1.1 también contiene las propiedades más importantes de la serie de caños nominales.

Para el sistema métrico, la International Standards Organization (ISO) ha desarrollado una serie equivalente para los caños estándar llamada diámetro nominal (Diameter Nominal o DN). También es una serie adimensional que indica aproximadamente el diámetro exterior real del caño en milímetros. Por ejemplo, DN 25 es equivalente a NPS 1; ambas designaciones se refieren a un caño de estándar con un diámetro exterior de 1.315 pulgadas ó 33.4 mm.

La equivalencia entre ambas series se muestra en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Equivalencias entre designaciones NPS y DN.

|       |    |      |     |     |      |     |      |
|-------|----|------|-----|-----|------|-----|------|
| NPS   | DN | NPS  | DN  | NPS | DN   | NPS | DN   |
| 1/8   | 6  | 31/2 | 90  | 22  | 550  | 44  | 1100 |
| 1/4   | 8  | 4    | 100 | 24  | 600  | 48  | 1200 |
| 3/8   | 10 | 5    | 125 | 26  | 650  | 52  | 1300 |
| 1/2   | 15 | 6    | 150 | 28  | 700  | 56  | 1400 |
| 3/4   | 20 | 8    | 200 | 30  | 750  | 60  | 1500 |
| 1     | 25 | 10   | 250 | 32  | 800  | 64  | 1600 |
| 1 1/4 | 32 | 12   | 300 | 34  | 850  | 68  | 1700 |
| 1 1/2 | 40 | 14   | 350 | 36  | 900  | 72  | 1800 |
| 2     | 50 | 16   | 400 | 38  | 950  | 79  | 1900 |
| 2 1/2 | 65 | 18   | 450 | 40  | 1000 | 80  | 2000 |
| 3     | 80 | 20   | 500 | 42  | 1050 | -   | -    |

## 2.2 Espesor de la pared

Para la normalización del espesor de la pared de los caños, es práctica usual emplear otra serie de números adimensionales, llamada **cédula** (Schedule o Sch). Cada número de cédula de la serie (5, 5S, 10, 10S, 20, 20S, 30, 40, 40S, 60, 80, 80S, 100, 120, 140, 160) indica un determinado espesor de pared, y responde aproximadamente el valor de la expresión:

$$Sch = \frac{p \times 1000}{S_{adm}} \quad (1.1)$$

donde:

- Sch : número de cédula
- $p$  : presión de trabajo (psig)
- $S_{adm}$  : tensión admisible (psig)

Por ejemplo, para un caño Sch 40 de acero al carbono (aprox.  $S_{adm} = 17000$  psi) la presión de trabajo es: 680 psig. Para un tamaño nominal determinado (diámetro exterior), los distintos espesores de pared se obtienen a expensas de variar solamente el diámetro interior del caño sin alterar el diámetro exterior.

Los espesores estandarizados se indican en la Tabla A1.1 del Apéndice, junto con otras propiedades de los caños. Puede verse que el número de cédula tiene tres columnas. La primera columna (a), corresponde al número de cédula propiamente dicho. La segunda columna (b), es la denominación antigua de los espesores: Std o estándar, XS (extra strong) o reforzado y XXS (double extra strong) o super reforzado, para altas presiones de trabajo. En general estas denominaciones concuerdan con alguno de los números de cédulas. La tercera columna (c) es especial para caños de acero inoxidable, de allí el agregado de la letra S al número de cédula.

### 3 La energía en el flujo de fluidos en cañerías

El flujo de fluidos en un conducto se debe fundamentalmente a una cuestión de intercambio de energía. El actor principal en este fenómeno es la energía mecánica, que se presenta bajo distintas formas:

- 1) Energía debido a la presión (energía de presión)
- 2) Energía debido a la velocidad (energía cinética)
- 3) Energía debido a la altura según un nivel de referencia (energía potencial)

Cada uno de estos componentes de energía puede expresarse en tres formas diferentes, pero equivalentes entre sí. Cada forma de expresar la energía mecánica de un fluido se calcula de diferente manera, tal como se resume en la Tabla 1.2:

Tabla 1.2. Diferentes formas de calcular la energía mecánica de un fluido

| Tipo de energía | Unidades                  |                      |                      |
|-----------------|---------------------------|----------------------|----------------------|
|                 | Energía específica (J/kg) | Presión (Pa)         | Altura (m)           |
| Presión         | $\frac{p}{\rho}$          | $p$                  | $\frac{p}{\rho g_n}$ |
| Cinética        | $\frac{u^2}{2}$           | $\frac{\rho u^2}{2}$ | $\frac{u^2}{2g_n}$   |
| Potencial       | $H g_n$                   | $\rho H g_n$         | $H$                  |

donde:

- $p$  : presión (Pa)
- $\rho$  : densidad del fluido ( $\frac{kg}{m^3}$ )
- $u$  : velocidad del fluido ( $\frac{m}{s}$ )
- $H$  : altura del fluido respecto de un nivel de referencia (arbitrario) (m)
- $g_n$  : aceleración de la gravedad:  $9.81 \frac{m}{s^2}$

Las expresiones de las Tabla 1.2 sirven para calcular la energía puntual de un fluido. Las columnas correspondientes a las unidades de presión y de altura se obtienen a partir de la unidad de energía específica multiplicando por la densidad del fluido, y dividiendo por la aceleración de la gravedad respectivamente.

Como se indica en la Tabla 1.2, la energía cinética de un fluido que circula con velocidad uniforme  $u$  es:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{u^2}{2g_n} \quad (\text{m de fluido}) \quad (1.2)$$

Pero, en un conducto, la velocidad no es uniforme y varía entre cero en la pared y máxima en el centro del conducto. Por lo tanto para calcular la energía cinética de un fluido que circula dentro de un conducto, es necesario integrar la energía cinética en la sección de flujo; para lo cual se debe conocer de antemano el perfil de velocidades. Es conveniente expresar el valor verdadero integrado, en términos de la velocidad media  $\bar{u}$  y un factor  $\alpha$  conocido como el factor de corrección de la energía cinética.

$$E_{\text{cinética}} = \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g_n} \quad (1.3)$$

Teóricamente se puede probar que  $\alpha = 2$  para flujo laminar, mientras que para flujo turbulento varía entre 1.01 y 1.15, pero suele encontrarse entre 1.03 y 1.06. En algunos casos especiales es conveniente que se utilice el valor correcto de  $\alpha$ , pero en la mayoría de los casos en la práctica (flujo turbulento), el error introducido al despreciar su desviación de 1.0 es insignificante. Por otra parte si el flujo es laminar, la velocidad suele ser tan pequeña que la energía cinética es despreciable frente a otras formas de energía, y el error introducido en los cálculos también. Resumiendo: a los efectos prácticos, podemos considerar que la energía cinética de un fluido fluyendo en un conducto es, con muy buena precisión:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{\bar{u}^2}{2g_n} \quad (1.4)$$

### Ejemplo: 1.1

Calcular la energía total en un punto de una corriente de agua ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) a 200 kPa de presión que circula a 3 m/s en una cañería a 12 m de altura respecto del nivel de referencia.

En unidades de energía específica: J/kg

$$\text{Energía de presión:} \quad \frac{p}{\rho} = \frac{200000}{1000} = 200 \text{ J/kg}$$

$$\text{Energía cinética:} \quad \frac{u^2}{2} = \frac{3^2}{2} = 4.5 \text{ J/kg}$$

$$\text{Energía potencial:} \quad H g_n = 12 \times 9.81 = 117.6 \text{ J/kg}$$

$$\text{Energía total:} \quad E_{\text{total}} = 322.1 \text{ J/kg}$$

En unidades de presión: Pa

$$\text{Energía de presión:} \quad p = 200000 \text{ Pa}$$

$$\text{Energía cinética:} \quad \frac{\rho u^2}{2} = \frac{1000 \times 3^2}{2} = 4500 \text{ Pa}$$

$$\text{Energía potencial:} \quad \rho H g_n = 1000 \times 12 \times 9.81 = 117600 \text{ Pa}$$

$$\text{Energía total:} \quad E_{\text{total}} = 322100 \text{ Pa}$$

En unidades de altura: m

$$\text{Energía de presión:} \quad \frac{p}{\rho g_n} = \frac{200000}{1000 \times 9.81} = 20.39 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Energía cinética:} & \quad \frac{u^2}{2g_n} = \frac{3^2}{2 \times 9.81} = 0.46 \text{ m} \\ \text{Energía potencial:} & \quad H = 12 \text{ m} \\ \text{Energía total:} & \quad E_{total} = 32.85 \text{ m} \end{aligned}$$

## 4 Flujo incompresible

Si consideramos un fluido que circula en un conducto sin rozamiento (flujo ideal) y sin ningún equipo mecánico (bomba o turbina) que altere su energía total, ésta debería permanecer constante a lo largo de su recorrido, aunque las contribuciones de los tres tipos de energía mecánica puedan diferir entre dos puntos de la corriente. En otras palabras, las energías mecánicas pueden interconvertirse entre sí sin alterar la energía total del fluido.

Pero sabemos que, debido a la fricción, el proceso de flujo es irreversible (flujo real). Esto hace que la energía total del fluido en un proceso real, sin agregado de energía desde el exterior, no puede permanecer constante, y necesariamente debe disminuir. A esta disminución de energía mecánica total se la considera como una “pérdida” de energía. Pero en realidad la energía no se pierde, lo que ocurre es que, debido a la fricción, parte de la energía mecánica se transforma en calor, que es una forma de energía degradada, puesto que la recuperación de la energía mecánica total original es imposible (segundo principio de la Termodinámica). O sea que a los efectos prácticos, y desde el punto de vista mecánico, es una pérdida efectiva para convertirse en energía térmica irrecuperable.

El balance de energía mecánica entre dos puntos de una corriente, es la expresión matemática que permite cuantificar el fenómeno del flujo en un conducto. Si además de considerar el rozamiento, que produce una disminución permanente de energía, incorporamos al conducto un equipo mecánico que agregue (bomba) o extraiga (turbina) energía mecánica del fluido, la expresión del balance general de energía mecánica por unidad de masa entre dos puntos de un conducto es:

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{\rho} dp + \frac{\Delta u^2}{2} + \Delta H g_n + E_{fricción} - w_s \leq 0 \quad (1.5)$$

donde:

$w_s$  : potencia entregada o consumida en el proceso (J).

Es importante aclarar que por convención, las alturas por encima del nivel de referencia son positivas, y por debajo negativas. También, la energía incorporada al flujo (por ejemplo con una bomba) se la considera positiva, mientras que la extraída del sistema (por ejemplo empleando una turbina) es negativa<sup>1</sup>.

Ahora bien, si el flujo es incompresible, la densidad es constante y la integral de la ecuación (1.5) puede resolverse fácilmente. Además si se considera que el trabajo sobre la superficie de control de la cañería es nulo ( $\dot{w}_s = 0$ ), la ecuación (1.5) resulta:

$$\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta u^2}{2} + \Delta H g_n + E_{fricción} = 0 \quad (J/kg) \quad (1.6)$$

Esta expresión en unidades de presión resulta (Pa):

<sup>1</sup> En termodinámica es costumbre adoptar una convención de signos contraria a la que aquí se define.

$$\Delta p + \frac{\rho \Delta u^2}{2} + \rho \Delta H g_n + \rho E_{\text{fricción}} = 0 \quad (Pa) \quad (1.7)$$

Mientras que en unidades de altura de fluido (m) será:

$$\frac{\Delta p}{\rho g_n} + \frac{\Delta u^2}{2g_n} + \Delta H + \frac{E_{\text{fricción}}}{g_n} = 0 \quad (m) \quad (1.8)$$

El balance en términos de diferencia de presión (ecuación (1.7)) puede expresarse como:

$$-\Delta p_{\text{total}} = \Delta p_{\text{fricción}} + \Delta p_{\text{aceleración}} + \Delta p_{\text{gravitacional}} \quad (1.9)$$

Donde:

$$\Delta p_{\text{fricción}} = \rho E_{\text{fricción}}$$

$$\Delta p_{\text{aceleración}} = \frac{\rho \Delta u^2}{2}$$

$$\Delta p_{\text{gravitacional}} = \rho \Delta H g_n$$

En otras palabras, la caída total de presión en un conducto está formada por tres componentes: 1) la caída de presión por fricción (componente irreversible); 2) la caída de presión por aceleración (o sea por cambio de velocidad); y 3) caída de presión gravitacional (o sea por cambio de nivel entre la salida y la entrada)

El balance en términos de altura del fluido que circula (ecuación (1.8)), tiene una interpretación física directa. En la Figura 1.1 se muestra la manera de medir los componentes de la energía mecánica de un líquido en los puntos 1 y 2 del conducto por donde circula. Para ello se emplean dos sencillos instrumentos de medida: el tubo piezométrico y el tubo pitot<sup>2</sup>.

El tubo piezométrico es un simple tubo abierto en el extremo superior conectado a la pared de conducto, y con altura suficiente como para que el líquido pueda ascender sin derramarse. Es un manómetro simple en donde el nivel que alcanza el líquido indica directamente la energía de presión del mismo expresada en metros.

El tubo pitot es similar al anterior excepto que el extremo inferior es curvo y se posiciona enfrentando la corriente en el centro del conducto. En este caso, el nivel que alcanza el fluido respecto del centro del conducto, es directamente proporcional a la suma de las energías de presión y cinética. O sea que la diferencia de nivel entre los dos tubos es la energía cinética del fluido en ese punto.

Por otra parte, la altura del centro del conducto respecto de un nivel arbitrario de referencia, indica la energía potencial del fluido. Por lo tanto el nivel del líquido en el tubo pitot respecto del nivel de referencia, es indicación directa de la energía total del fluido. De esta forma es posible medir en forma sencilla los componentes de la energía mecánica de un líquido. Por supuesto esto también puede aplicarse a gases, pero su visualización sería muy difícil.

En la Figura 1.1 se aplica este procedimiento de medida a dos puntos de un conducto. Se observa claramente que la energía total del fluido no permanece constante entre los puntos 1 y 2. El fluido sufre una disminución o pérdida debido a la

<sup>2</sup> Denominado así en honor a su inventor, el físico francés Henri Pitot (1695 – 1771), quien lo utilizó en 1732 para medir velocidades en el río Sena.

fricción que experimenta internamente por la presencia de la pared del conducto. Esa energía de fricción es una pérdida permanente que no se puede recuperar debido a la naturaleza intrínsecamente irreversible del flujo de fluidos reales.

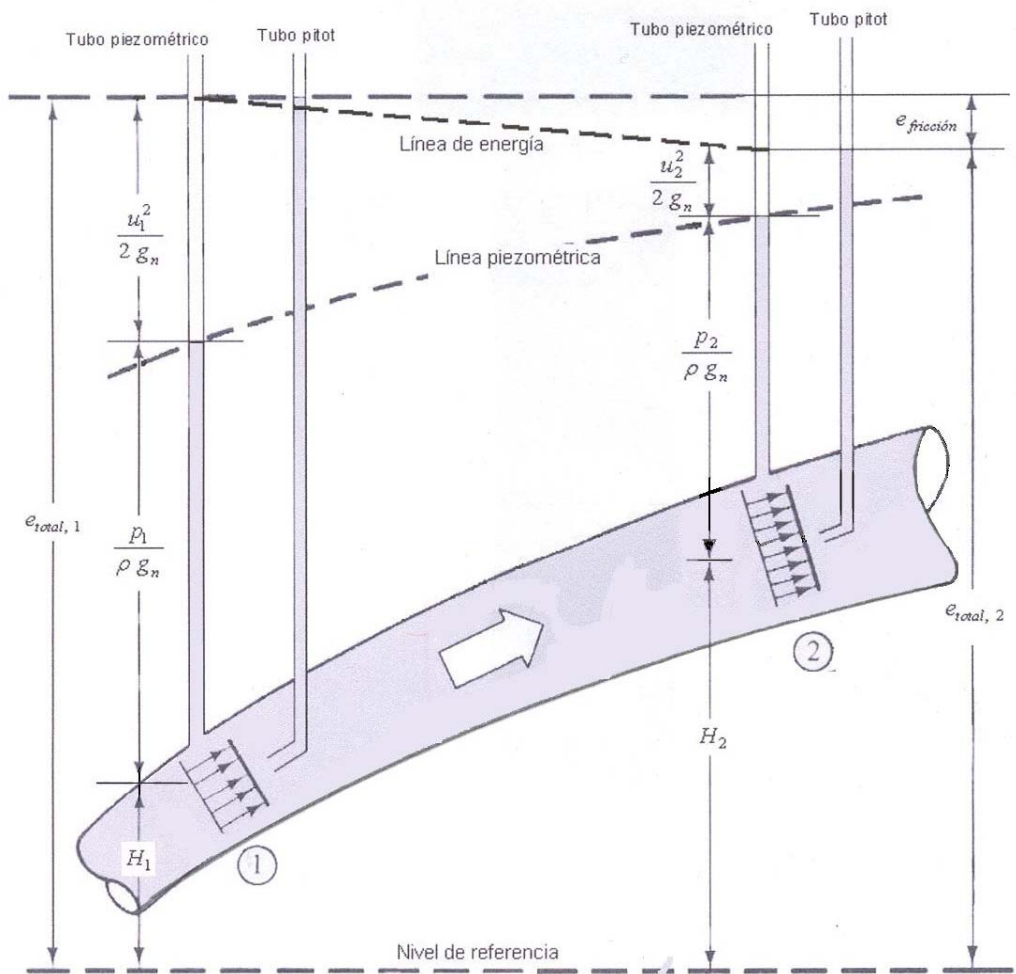


Figura 1.1. Balance de energía entre dos puntos de un conducto

Debido a que el tubo se ensancha en el sentido del flujo, su velocidad disminuye; lo que significa que disminuye su energía cinética. También se observa que disminuye la energía de presión. Esas disminuciones de energía se convierten, parte en energía potencial puesto que el conducto se eleva, y parte se emplea en cubrir la inevitable pérdida por fricción.

El perfil de la energía total, indicada por el tubo pitot, entre los puntos 1 y 2 se denomina **línea de energía**. Como ya hemos visto, su declinación en el sentido del flujo se debe a las pérdidas por fricción. Por otra parte la **línea piezométrica**<sup>3</sup> es el perfil de los niveles piezométricos. De esta forma la ecuación de energía expresada en metros de altura de fluido (ecuación (1.8)) queda ilustrada en forma simple con la Figura 1.1.

De todos los términos de energía, el que mayor dificultad presenta para su cálculo es la pérdida por fricción. En términos de presión, la pérdida debida a la fricción se calcula como:

<sup>3</sup> A veces denominada también **línea hidráulica**.

$$\Delta p_{fricc} = E_{fricci\ddot{o}n} \rho = 4f' \frac{L \dot{m}^2}{D_i 2\rho} = f \left( \frac{L}{D_i} \right) \left( \frac{\dot{m}^2}{2\rho} \right) = K \left( \frac{\dot{m}^2}{2\rho} \right) \quad (1.10)$$

donde:

$$\dot{m} = \frac{\dot{M}}{S} = \frac{4\dot{M}}{\pi D_i^2} \quad : \text{caudal másico específico} \quad \left( \frac{kg}{m^2 s} \right)$$

$$f = 4f' \quad : \text{factor de fricción de D'arcy} \quad (-)$$

$$f' \quad : \text{factor de fricción de Fanning} \quad (-)$$

$$\left( \frac{\dot{m}^2}{2\rho} \right) \quad : \text{carga de velocidad} \quad (Pa)$$

$$K = f \left( \frac{L}{D_i} \right) \quad : \text{coeficiente de resistencia} \quad (-)$$

$$L \quad : \text{longitud del conducto} \quad (m)$$

$$D_i \quad : \text{diámetro del conducto} \quad (m)$$

El factor de fricción de D'arcy para flujo laminar, se calcula como:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (1.11)$$

donde:

$$Re = \frac{\rho u D_i}{\eta} \quad : \text{número de Reynolds} \quad (-)$$

Esta es una expresión teórica que concuerda bien con los datos experimentales. El número de Reynolds es el cociente entre fuerza inercial y fuerza viscosa e indica el grado de turbulencia del flujo.

Para flujo turbulento, el factor de fricción de D'arcy debe determinarse experimentalmente, puesto que la turbulencia es un fenómeno complejo imposible de expresarlo con precisión en forma matemática. La evidencia experimental indica que el factor de fricción de D'arcy es una función compleja del número de Reynolds y la rugosidad relativa de la superficie interior del conducto:

$$f = \psi \left( Re, \frac{\varepsilon}{D_i} \right) \quad (1.12)$$

Donde:

$$\varepsilon \quad \text{rugosidad de la superficie} \quad (mm).$$

$$\varepsilon / D_i \quad \text{rugosidad relativa al diámetro} \quad (-).$$

La Figura A1.1 del Apéndice, conocida como diagrama de Moody (1944) es probablemente la más renombrada y útil figura para determinar el factor de fricción de D'arcy. Su precisión oscila en  $\pm 15\%$  en todo el rango de la figura y muestra la doble dependencia del factor de fricción respecto del número de Reynolds y la rugosidad interior del conducto. Es importante destacar los siguientes puntos que resultan de la observación de la figura:

- 1) La figura se divide en tres zonas principales: laminar, crítica y turbulenta. A su vez esta última se subdivide en otras dos sub-zonas: transición y completa turbulencia (caños rugosos).
- 2) El régimen laminar comprende los números de Reynolds bajos hasta aproximadamente 2000. Dentro de esta zona el factor de fricción es independiente de la rugosidad relativa del conducto.

- 3) En la zona crítica entre flujo laminar y turbulento ( $2000 \leq Re \leq 4000$ ), la determinación del factor de fricción es incierta, y de ser posible, debe evitarse en la práctica.
- 4) En la sub-zona de transición, el factor de fricción es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa del conducto.
- 5) En la sub-zona de completa turbulencia de tubos rugosos, el factor de fricción es solamente función de la rugosidad relativa, y no depende del número de Reynolds. Los tubos lisos se mantienen dentro de la sub-zona de transición.
- 6) Cuanto más rugoso es el conducto, el factor de fricción alcanza su valor constante a valores más bajos del número de Reynolds.

Estas acotaciones serán de suma utilidad al tratar el tema de caída de presión en accesorios.

Una alternativa al uso de la Figura A1.1 para el cálculo del factor de fricción es emplear la siguiente fórmula (Churchill, 1977):

$$f = 8 \left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/12} \quad (1.13)$$

donde:

$$A = \left[ 2.457 \ln \left( \frac{1}{\left( \frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \left( \frac{\varepsilon}{D} \right)} \right) \right]^{16} \quad (1.14)$$

$$B = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16} \quad (1.15)$$

Esta fórmula abarca tanto el régimen laminar como turbulento, pasando por el régimen crítico. Nuevamente se debe insistir en tratar de evitar esta última en el diseño.

Para calcular el factor de fricción en flujo turbulento, es necesario conocer primero la rugosidad relativa de la pared interna del conducto. Este dato depende del material del caño y su proceso de elaboración. Para poder determinar la rugosidad relativa de materiales comunes utilizados para fabricar caños, puede utilizarse la Figura 1.2 del Apéndice. Esta figura indica la rugosidad absoluta (o rango de rugosidades absolutas) para cada material y la rugosidad relativa en función del diámetro del conducto, expresado en milímetros o en pulgadas. Como dato extra, también muestra en ordenadas el factor de fricción correspondiente a completa turbulencia para cada rugosidad relativa (recordar que para completa turbulencia el factor de fricción es sólo función de la rugosidad relativa).

El uso de la Figura A1.2 del Apéndice es sencillo. Por ejemplo, los caños de hierro fundido (cast iron) tienen una rugosidad absoluta  $\varepsilon = 0.026$  mm . La rugosidad relativa

de un caño de hierro fundido de 250 mm de diámetro interior es:  $\frac{\varepsilon}{D_i} = 0.001$ , y su factor

de fricción para flujo totalmente turbulento es:  $f = 0.0196$

#### 4.1 Caída de presión en accesorios

Los accesorios de una cañería (codos, curvas, derivaciones te, válvulas, etc.) producen una caída de presión (pérdida de energía) por encima de la que produciría si se intercalara una tubería recta. Este “exceso” de caída de presión se compone de:

- 1) La caída de presión en el propio accesorio.
- 2) La caída de presión de la cañería aguas arriba de accesorio, en exceso de la que normalmente ocurriría si no hubiese accesorio. Este efecto es normalmente pequeño.
- 3) la caída de presión de la cañería aguas abajo del accesorio, en exceso de la que normalmente ocurriría si no hubiese accesorio. Este efecto es comparativamente mayor.

Desde el punto de vista experimental, es difícil medir estas tres componentes en forma separada. Pero como interesa solamente el efecto combinado, es posible determinarlo en forma relativamente sencilla, como se indica a continuación:

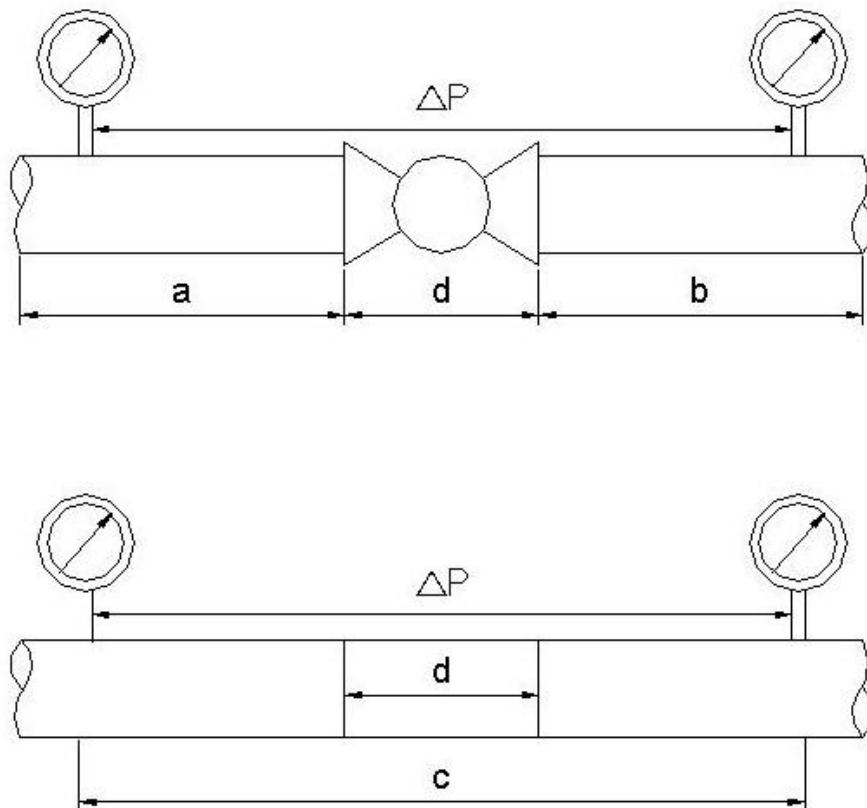


Figura 1.2. Secciones de cañería de igual diámetro y longitud con y sin accesorio.

En la figura 1.2 se muestran dos secciones de cañería de igual diámetro y longitud. La sección superior tiene instalada una válvula globo. Si en ambas secciones se hace fluir el mismo fluido y caudal, se encontrará que:  $\Delta p_1 > \Delta p_2$ . La caída de presión global producida por la válvula de longitud “d”, por efecto de las tres componentes será:

$$\Delta p_{\text{válvula}} = \Delta p_1 - \Delta p_{a+b} \quad (1.16)$$

Siguiendo este esquema operativo es posible medir la caída de presión de cualquier accesorio de una cañería. Para correlacionar todos estos datos experimentales se puede emplear 4 métodos distintos:

- 1) Longitud equivalente
- 2) Coeficiente de resistencia (método de Crane)

- 3) Doble coeficiente de resistencia (método de Hooper).
- 4) Triple coeficiente de resistencia (método de Darby).

#### 4.1.1 Longitud equivalente

El flujo en una válvula o accesorio de una cañería produce en forma irreversible un “exceso” de la caída de la energía del fluido, por encima de la que produciría la cañería por sí sola. Este “exceso” se debe principalmente a la turbulencia que surge del abrupto cambio de dirección y velocidad del flujo, y por lo tanto puede ser expresado en términos de la energía cinética o carga de velocidad, de la misma manera que se hace en las cañerías rectas (ecuación 1.10) :

$$\Delta p_{\text{accesorio}} = K_{\text{accesorio}} \left( \frac{\dot{m}^2}{2\rho} \right) \quad (1.17)$$

Surge así una forma directa de calcular la caída de presión en accesorios, que consiste en asignarle a cada uno de ellos una longitud tal de cañería que haría el mismo efecto que el propio accesorio. A esta longitud ficticia se la conoce como longitud equivalente. La longitud equivalente se obtiene comparando las ecuaciones (1.10) y (1.17), entonces:

$$K_{\text{accesorio}} = f \left( \frac{L}{D_i} \right)_{eq} \quad (1.18)$$

De esta forma podríamos considerar que  $\left( \frac{L}{D_i} \right)_{eq}$  es la longitud equivalente de cañería recta en unidades de diámetro, que, bajo las mismas condiciones de flujo, produciría la misma caída de presión que el accesorio en cuestión.

Por lo tanto cuando se debe calcular la caída de presión en una cañería con accesorios, basta con agregar a la longitud real de la cañería la longitud equivalente de todos los accesorios en ella instalados. Este es un procedimiento intuitivo y directo, pero es necesario preguntarse cuan bien representa una determinada longitud de cañería a un accesorio, como una válvula o un codo.

La caída de presión en una cañería y en los accesorios instalados en ella se produce como consecuencia de:

- 1) Fricción en la cañería, que es función de la rugosidad, su diámetro interno y de la velocidad, densidad y viscosidad del fluido.
- 2) Cambios de dirección del flujo.
- 3) Obstrucciones en el flujo.
- 4) Cambios graduales o abruptos de la sección y/o forma del conducto.

Por un lado, la caída de presión en la cañería se debe exclusivamente al ítem 1), lo cual se tiene en cuenta correctamente mediante el factor de fricción y el número de Reynolds:

$$K_{\text{cañería}} = f \left( \frac{L}{D_i} \right) \quad (1.19)$$

Como se sabe, el factor de fricción de una dada cañería rugosa disminuye cuando aumenta el número de Reynolds hasta alcanzar un valor asintótico constante, para flujo turbulento y totalmente desarrollado. Como consecuencia el coeficiente de

resistencia ( $K_{cañería}$ ) se comporta de la misma manera, alcanzado un valor constante cuando  $Re \rightarrow \infty$ .

Por otro lado, en los accesorios la caída de presión se debe fundamentalmente a las causas 2), 3) y 4) enumeradas más arriba, y el coeficiente de resistencia ( $K_{accesorios}$ ) es aproximadamente independiente del grado de turbulencia. Efectivamente, la experiencia indica que el valor del coeficiente de resistencia de cada accesorio es aproximadamente constante bajo toda condición de flujo turbulento, totalmente desarrollado o no ( $Re \geq 10000$ )<sup>4</sup>

Por lo tanto las caídas de presión en las cañerías rectas y en los accesorios no se deben a fenómenos totalmente paralelos, excepto en el caso de flujo turbulento totalmente desarrollado, en donde la cañería recta se comporta de forma similar a los accesorios.

Ahora bien, dado que  $K_{accesorios}$  es constante, la ecuación (1.18) indica que la longitud equivalente  $\left(\frac{L}{D_i}\right)_{eq}$  debe variar con el número de Reynolds, puesto que el factor de fricción no es un valor constante, excepto cuando el flujo es turbulento, totalmente desarrollado. En otras palabras, es necesario considerar una longitud equivalente para cada número de Reynolds.

Es práctica común asignarle a cada accesorio una única longitud equivalente fija, que corresponde a la condición de  $Re \rightarrow \infty$ :

$$K_{accesorio} = f_T \left( \frac{L}{D_i} \right)_{eq} \quad (1.20)$$

donde:

$f_T$  :factor de fricción de D'arcy para turbulencia total

Estrictamente hablando, esta longitud equivalente solamente puede ser empleada en los cálculos bajo condiciones de total turbulencia. Emplearla en caso de flujo laminar, transición o turbulento no totalmente desarrollado, es fundamentalmente incorrecto. Por esta razón se desaconseja el empleo del concepto de longitud equivalente. No obstante, como se muestra mas adelante en el ejemplo 1.2, su uso arroja resultados conservativos.

También es cierto que si el fluido es agua o un hidrocarburo, el factor de fricción a menudo tendrá un valor cercano al correspondiente para total turbulencia, y el error cometido normalmente no será muy grande. No obstante, los cálculos hidráulicos, como todos los cálculos, deben hacerse de una manera correcta y consistente. Si el ingeniero adopta el hábito de hacer los cálculos hidráulicos usando ecuaciones fundamentalmente incorrectas, corre el riesgo de caer en un error significativo, cuando deba considerar una situación como la del ejemplo 1.2, más adelante.

---

<sup>4</sup> Se debe insistir en que el coeficiente de resistencia es *aproximadamente* constante. Experimentalmente se encuentra que los coeficientes de resistencia de los accesorios aumentan considerablemente en condiciones de flujo laminar. Esta variación es tenida en cuenta más adelante en los método del doble coeficiente (Hooper, 1891), y triple coeficiente (Darby, 1999).

#### 4.1.2 Coeficiente de resistencia (método de los dos factores de fricción, o método de Crane)

El inconveniente que acarrea el uso de la longitud equivalente fija para los accesorios de cañerías, se resuelve empleando el concepto del coeficiente de resistencia:  $K_{\text{accesorios}}$  como lo expresa la ecuación (1.17), para flujo turbulento totalmente desarrollado.

De esa forma se consigue que  $K_{\text{accesorio}}$  sea constante justamente bajo las condiciones de flujo en que la cañería y los accesorios son hidráulicamente equivalentes. Este es el enfoque que emplea la compañía Crane en su famoso Informe Técnico 410, ampliamente aceptado en ingeniería como estándar de cálculo de caída de presión en cañerías.

El coeficiente de resistencia debería ser constante para todos los tamaños de un determinado tipo de accesorio, si todos los tamaños fueran geoméricamente semejantes, pero en la práctica esto no es así. Como ejemplo de falta de similitud geométrica, en la Fig. 1.3 se muestra un codo estándar bridado de 12" de diámetro nominal dibujado a escala 1/6, y comparado con otro codo estándar bridado de 2". Si bien en ambos casos las secciones de flujo son iguales, la disparidad geométrica es evidente. Más aún, si ambos codos se fabricaran con formas semejantes, sus rugosidades relativas tampoco serían iguales.

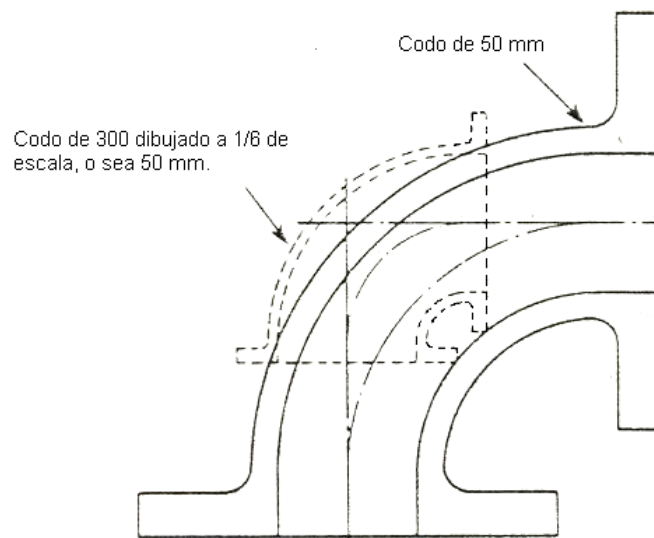


Figura 1.3. Codo estándar bridado de 12" de diámetro nominal dibujado a escala 1/6 y comparado con otro codo estándar bridado de 2".

Esto hace que el coeficiente de resistencia para un determinado tipo de accesorio, si bien constante para cada diámetro, varíe con él. Se comprueba experimentalmente que la variación con el tamaño nominal tiene la misma pendiente para diferentes tipos de accesorios. Afortunadamente esta misma tendencia también se comprueba en las cañerías rectas para flujo turbulento totalmente desarrollado, en donde el factor de fricción es constante.

Es probablemente una coincidencia que el efecto de la disimilitud geométrica entre diferentes tamaños de una misma línea de válvulas o accesorios sobre el coeficiente de resistencia  $K_{\text{accesorios}}$ , sea aproximadamente similar al efecto de la rugosidad relativa, o tamaño de cañería, sobre el factor de fricción.

Basado en la evidencia experimental, se puede decir que el coeficiente de resistencia  $K_{\text{accesorios}}$  correspondiente a una determinada serie de válvulas o accesorios, tiende a variar con el tamaño, aproximadamente como lo hace el factor de fricción  $f_T$ , para una cañería recta y limpia de acero comercial, en condiciones de flujo turbulento totalmente desarrollado.

Es así como el coeficiente de resistencia para cada accesorio puede entonces calcularse como el producto entre el factor de fricción de una cañería recta del mismo diámetro que el accesorio, en condiciones de flujo turbulento totalmente desarrollado:  $f_T$ , y una constante que representa la longitud equivalente del accesorio,

en esas mismas condiciones de flujo  $\left(\frac{L}{D_i}\right)_{eq,T}$

$$K_{\text{accesorio}} = f_T \left(\frac{L}{D_i}\right)_{eq,T} \quad (1.21)$$

En la edición de 1976 del informe técnico 410 de la empresa Crane, se introduce por primera vez este método para cálculo de la caída de presión total de una cañería con accesorios. El método se lo conoce como el de los **dos factores de fricción**:  $f$  para la cañería recta, y  $f_T$  para válvulas y accesorios.

La Tabla A1.2 del Apéndice es un extracto del informe Técnico 410 de Crane. La primera sección de la Tabla contiene los factores de fricción de caños de acero comercial para flujo turbulento totalmente desarrollado ( $f_T$ ), en función del diámetro nominal del caño. La segunda parte de la tabla contiene un listado de ecuaciones numeradas, para calcular el coeficiente de resistencia en distintos accesorios, según se requiera. A continuación se considera una larga lista de accesorios con esquemas en corte para su mejor identificación. En cada uno de los casos se hace referencia al número de ecuación para el cálculo del coeficiente de resistencia. En muchos de ellos se emplea al factor de fricción para flujo turbulento  $f_T$ , seleccionado en la primera parte de la Tabla.

En el caso de reducciones (contracciones o ensanches) en donde hay cambio de sección de flujo, el coeficiente de resistencia  $K_2$  está referido a la sección 2 que, según el esquema que figura en la Tabla, corresponde a la de mayor diámetro. No obstante puede calcularse el coeficiente de resistencia  $K_1$  referido al diámetro menor como:

$$K_1 = K_2 \beta^4 = K_2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 \quad (1.22)$$

El resto de la Tabla A1.2 del Apéndice se explica por si misma, y no requiere mayor aclaración.

### Ejemplo: 1.2

Considere una cañería con las siguientes características:

|                    |        |          |
|--------------------|--------|----------|
| Diámetro nominal:  | 3      | pulgadas |
| Cédula (Sch)       | 40     |          |
| Diámetro interior  | 0.0779 | m        |
| Rugosidad absoluta | 0.05   | mm       |

|              |                     |                   |
|--------------|---------------------|-------------------|
| Longitud:    | 9.60                | m                 |
| Fluido:      | Ácido sulfúrico 94% |                   |
| Temperatura: | 52.78°C             |                   |
| Densidad:    | 1801.6              | kg/m <sup>3</sup> |
| Viscosidad   | 1.0 E-2             | Pa.s              |

| Accesorios                    | Cantidad |
|-------------------------------|----------|
| Expansión de 1" a 3" (Sch 80) | 1        |
| Curva 90 °                    | 2        |
| T (derivación)                | 1        |
| Válvula de retención          | 1        |
| Válvula tipo tapón            | 1        |

Compare la caída de presión de la cañería debido a la fricción, empleando la longitud equivalente y el coeficiente de fricción para los siguientes caudales: 1, 10, 20, 40, 80, 200 y 500 kg/s.

De la Tabla A1.2 del apéndice, el factor de fricción turbulento para una cañería de 3" es:  $f_T = 0.018$ . También de la Tabla A1.2, para calcular el coeficiente de resistencia de la expansión de 1" (Sch 80,) a 3" (Sch 40) se emplea la fórmula 1 (considerando un ángulo de 30 °):

$$D_1 = 0.0243 \text{ m}$$

$$D_2 = 0.0779 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{0.0243}{0.0779} = 0.312$$

$$K_2 = \frac{2.6 \left( \text{seno} \frac{30^\circ}{2} \right) (1 - 0.312^2)^2}{0.312^4} = 57.86$$

Donde  $D_1$  y  $D_2$  son los diámetros internos de las cañerías de 1 2" de diámetro nominal, respectivamente extraídos del apéndice Tabla 1.1.

Con la ecuación (1.21) se puede calcular la longitud equivalente de la expansión:

$$\left( \frac{L}{D_2} \right)_{eq,T} = \frac{K_2}{f_T} = \frac{57.89}{0.018} = 3216$$

$$L_{eq,T} = 3216 \times D_2 = 3216 \times 0.0779 = 250.5 \text{ m}$$

Para la curva de 90°, y adoptando  $r/d = 1$ , la Tabla A1.2 indica que:  $K = 20f_T$ . Nuevamente de la ec. (1.21) se deduce que para la curva:  $K = 20 \times 0.018 = 0.36$ , y que la longitud equivalente es:  $\left( \frac{L}{D} \right)_{eq,T} = 20$ .

El mismo procedimiento se sigue para los demás accesorios para obtener el coeficiente de resistencia:  $K_{accesorio}$  y la longitud equivalente:  $L_{eq,T}$  en metros. Los resultados se muestran en la Tabla 1.3.

Tabla 1.3. Resultados del ejemplo 1.2.

| Accesorio       | cantidad | $\left(\frac{L}{D}\right)_{eq,T}$ | $K_{accesorio}$ | $L_{equiv}$ (m) | $K_{accesorio}$ | $L_{equiv}$ (m) |
|-----------------|----------|-----------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Curva 90°       | 2        | 20                                | 0.36            | 1.559           | 0.723           | 3.117           |
| T (derivación)  | 1        | 60                                | 1.08            | 4.676           | 1.08            | 4.676           |
| Válvula ret.    | 1        | 50                                | 0.9             | 3.896           | 0.9             | 3.896           |
| Válvula tapón   | 1        | 18                                | 0.324           | 1.403           | 0.324           | 1.403           |
| Reducción 3"x1" | 1        | 3216                              | 57.86           | 250.5           | 57.86           | 250.5           |
| Total           |          |                                   |                 |                 | 60.88           | 263.59          |

Para un caudal de 1 kg/s:

$$u = \frac{1}{1801.6 \frac{\pi 0.0779^2}{4}} = 0.1164 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho u D_i}{\eta} = \frac{1801.6 \times 0.1164 \times 0.0779}{0.01} = 1634$$

Factor de fricción :  $f = 0.0391$  (Churchill)

$$\text{Energía cinética: } \frac{\rho u^2}{2} = \frac{1801.6 \times 0.1164^2}{2} = 12.20 \text{ Pa}$$

$$\Delta p|_{\text{longitud equivalente}} = f \frac{L_{eq, total}}{D_i} \frac{\rho u^2}{2} = 0.0391 \frac{(263.59 + 9.60)}{0.0779} \frac{12.20}{1000} = 1.679 \text{ kPa}$$

$$\Delta p|_{\text{coeficiente de resistencia}} = \left( f \frac{L}{D_i} + \sum K_{accesorios} \right) \frac{\rho u^2}{2} = \left( 0.0391 \frac{9.60}{0.0779} + 60.88 \right) \frac{12.20}{1000} = 0.803 \text{ kPa}$$

El factor de fricción de Churchill se calculó mediante la ecuación (1.13).

El cálculo se repite para el resto de los caudales propuestos. Los resultados se resumen en la Tabla 1.4.

Tabla 1.4. Resultados finales del ejemplo 1.2.

| Caudal (kg/s) | Re     | $f$    | $\frac{\dot{m}^2}{2\rho}$ (Pa) | $\Delta p$ (kPa) ( $L_{equiv}$ ) | $\Delta p$ (kPa) ( $K$ ) | Error (%) |
|---------------|--------|--------|--------------------------------|----------------------------------|--------------------------|-----------|
| 1             | 1634   | 0.0391 | 12.20                          | 1.679                            | 0.803                    | 109       |
| 10            | 16339  | 0.0285 | 1220                           | 122.52                           | 78.75                    | 55.6      |
| 20            | 32678  | 0.0248 | 4880                           | 425.76                           | 312.75                   | 36.1      |
| 40            | 65355  | 0.0221 | 19520                          | 1522                             | 1244                     | 22.3      |
| 80            | 130711 | 0.0204 | 78082                          | 5598                             | 4961                     | 12.8      |
| 200           | 326777 | 0.0190 | 488017                         | 32577                            | 30924                    | 5.3       |
| 500           | 816942 | 0.0183 | 3050110                        | 195946                           | 193009                   | 1.5       |

Como puede verse, la caída de presión por fricción de la cañería calculada con el método de la longitud equivalente, produce errores considerables a bajos caudales, aunque siempre conservativos. A altos caudales, como era de esperar, los errores disminuyen, debido a que el comportamiento hidráulico de la cañería equivalente se aproxima al de los accesorios.

### 4.1.3 Doble coeficiente de resistencia: 2-K (método de Hooper)

La introducción del concepto del coeficiente de resistencia constante es un avance considerable respecto del concepto de la longitud equivalente. Pero aún falta resolver la variación del coeficiente de resistencia en régimen laminar. A medida que el número de Reynolds decrece hacia 1000 (flujo laminar) el coeficiente de resistencia se incrementa, y varía en forma inversamente proporcional al número de Reynolds para valores por debajo de 100.

Hooper (1981) introduce el concepto de doble coeficiente de resistencia que mejora la predicción de caída de presión en régimen laminar, sin alterar los resultados para flujo turbulento. Mediante este método se tiene en cuenta la funcionalidad del coeficiente de resistencia respecto del número de Reynolds y la exacta geometría del accesorio, en especial los de reducido diámetro. La ecuación de cálculo es:

$$K_{\text{accesorio}} = \frac{K_1}{\text{Re}} + K_{\infty} \left( 1 + \frac{1}{D_i} \right) \quad (1.23)$$

donde  $K_1$  : valor de K para el accesorio a  $\text{Re} = 1$

$K_{\infty}$  : valor de K para el accesorio a  $\text{Re} = \infty$

$D_i$  : diámetro interior de la cañería (pulg).

Con la ecuación (1.23) se obtiene el valor de  $K_{\text{accesorio}}$ , como combinación de dos coeficientes de resistencia:  $K_{\infty}$  es el coeficiente calculado con el Technical Paper N°410 de Crane, y el otro,  $K_1$ , es el coeficiente de resistencia del accesorio correspondiente a  $\text{Re} = 1$ . El término:  $\left( 1 + \frac{1}{D_i} \right)$  tiene en cuenta el escalado entre diferentes tamaños de un mismo grupo de válvulas o accesorios. En la Tabla A1.3 del Apéndice se dan los valores de  $K_1$  y  $K_{\infty}$  para distintos accesorios. Para flujos en zona netamente turbulenta y para accesorios de diámetro nominal grande, el valor del coeficiente de resistencia calculado con la ecuación (1.23), es consistente con el calculado mediante el Technical Paper N°410 de Crane.

La ecuación (1.23) solamente es aplicable para accesorios sin cambio de sección. En el caso de producirse cambios de sección no debe aplicarse la corrección por tamaño del accesorio. La siguiente ecuación se aplica para entradas desde tanques a cañerías y para descargas de cañerías a tanques:

$$K_{\text{entradas / salidas}} = \frac{K_1}{\text{Re}} + K_{\infty} \quad (1.24)$$

con los valores  $K_1$  y  $K_{\infty}$  de la Tabla A1.4 del Apéndice.

Hooper (1988) completa su trabajo con una nueva publicación, en donde indica cómo calcular el coeficiente de resistencia para accesorios con cambios de sección de flujo. La Tabla A1.5 del Apéndice corresponde a esta publicación. Para calcular la caída de presión, es importante tener presente que el coeficiente calculado con esta tabla debe ser multiplicado por la carga de velocidad correspondiente a la entrada del accesorio. Si se desea emplear la carga de velocidad a la salida del accesorio, el coeficiente de resistencia debe ser corregido de la siguiente manera:

$$K_{\text{accesorio/salida}} = K_{\text{accesorio/tabla}} \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4 \quad (1.25)$$

Un enfoque similar a la ecuación (1.24) es adoptado por el AIChE Center for Chemical Process safety (CCPS, 1998) para los accesorios en general:

$$K_{\text{accesorio}} = \frac{K_m}{\text{Re}} + K_n \quad (1.26)$$

donde  $K_m$  es semejante a  $K_1$  de la ecuación (1.24), mientras que  $K_n$  depende del tamaño del accesorio. Los valores de los coeficientes de resistencia para la ecuación (1.26) se indican en la Tabla A1.6 del Apéndice.

#### 4.1.4 Triple coeficiente de resistencia (método de Darby)

Darby (1999) expande el concepto de los dos coeficientes de resistencia de Hooper y agrega un tercer coeficiente que mejora el efecto del tamaño del accesorio sobre el coeficiente de resistencia:

$$K_{\text{accesorio}} = \frac{K_1}{\text{Re}} + K_\infty \left( 1 + \frac{K_0}{D_n^{0.3}} \right) \quad (1.27)$$

Donde:

$D_n$     diámetro nominal del accesorio    (pulgadas)

Los valores informados por el autor (comunicación personal, 2000) son los que se muestran en la Tabla A1.7 del Apéndice.

#### Ejemplo 1.3

Calcular los caudales de descarga por gravedad de un tanque a presión atmosférica, empleando diferentes diámetros de cañería vertical de descarga libre, conectados al fondo del recipiente. Comparar las respuesta empleando los métodos: a) doble factor de fricción de Crane; b) doble coeficiente de resistencia de Hooper, y c) triple coeficiente de resistencia de Darby.

|   |   |
|---|---|
| Fluido:                                   | agua a 20 °C                            |
| Altura de la superficie libre del tanque: | $Z_1 = 12$ m                            |
| Altura de la descarga del caño:           | $Z_2 = 0$ m                             |
| Longitud cañería recta:                   | $L = 30$ m                              |
| Diámetro nominal (Sch =40):               | 1, 1 ½, 2, 4, 6, 8, 10, y 12 pulgadas   |
| Material:                                 | acero comercial                         |
| Accesorios:                               |   |
|   | 10 codos 90°                            |
|   | 10 te en derivación (usados como codos) |
|   | 8 válvulas esclusa                      |

**Nota:** considere un coeficiente de resistencia  $K = 1.5$  para tener en cuenta la transición entre el tanque y el caño de descarga y el consiguiente cambio de energía cinética.

#### Solución:

Se detalla el cálculo para la cañería de 1 pulgada nominal (Sch 40)

|                        |   |
|------------------------|---|
| Densidad de fluido:    | 1000 kg/m <sup>3</sup>  |
| Viscosidad del fluido: | 1 cP  |
| Rugosidad absoluta     | 0.05 mm (Apéndice, Figura A1.2, acero comercial)                          |
| Diámetro interior:     | 1.049" = 0.0266 m (Apéndice, Tabla A1.1)                                  |
| Sección transversal    | 0.864 pulg <sup>2</sup> = 5.576x10 <sup>-4</sup> m (Apéndice, Tabla A1.1) |

Rugosidad relativa: 
$$\varepsilon = \frac{0.05}{1000 \times 0.0266} = 0.00187$$

Balance de energía: 
$$\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta u^2}{2} + \Delta H g_n + E_{fricción} = 0 \quad (J/kg)$$

$\Delta p = 0$  puesto que el tanque y la descarga están abiertos a la atmósfera.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta u^2}{2} + E_{fricción} &= \left[ 1.5 + \left( f \frac{L}{D_i} \right) + \sum K_i \right] \frac{u^2}{2} = \left[ 1.5 + \left( f \frac{L}{D_i} \right) + \sum K_i \right] \frac{1}{2} \left( \frac{\dot{V}}{S} \right)^2 = \\ &= \left[ 1.5 + \left( f \frac{L}{D_i} \right) + \sum K_i \right] \frac{1}{2} \left( \frac{4\dot{M}}{\rho \pi D_i^2} \right)^2 \end{aligned}$$

$\Delta H = -12 \text{ m}$

Luego: 
$$\left[ 1.5 + \left( f \frac{L}{D_i} \right) + \sum K_i \right] \frac{1}{2} \left( \frac{4\dot{M}}{\rho \pi D_i^2} \right)^2 - 12 \times 9.81 = 0$$

En cada caso, la solución de esta ecuación para  $\dot{M}$  es iterativa puesto que tanto el factor de fricción como los coeficientes de resistencia dependen del  $Re$ , que a su vez depende de  $\dot{M}$ .

**Doble factor de fricción de Crane**

Iteración 1:

Caudal supuesto:  $\dot{M} = 1 \text{ kg/s}$

Caudal específico: 
$$\dot{m} = \frac{1}{S} = \frac{1}{5.576 \times 10^{-4}} = 1793.46$$

$$Re = \frac{\dot{m} D_i}{\eta} = \frac{(1793.46)(0.0266)}{1 \times 10^{-3}} = 47706$$

Factor de fricción (D'arcy):  $f = 0.0266$

Factor de fricción turbulento:  $f_T = 0.023$

Entrada a la cañería  $K = 1.5$

caño recto: 
$$K = f \frac{L}{D_i} = 0.0266 \frac{30}{0.0266} = 30$$

10 codos 90°:  $K = 10(30 f_T) = 6.9$

10 te en derivación:  $K = 10(60 f_T) = 13.8$

8 válvulas esclusa:  $K = 8(8 f_T) = 1.472$

Sumatoria  $K$   $K_{total} = 53.67$

$$53.67 \frac{1}{2} \left( \frac{4 \times 1}{1000 \times \pi \times 0.0266^2} \right)^2 - 12 \times 9.81 = -30.82 \neq 0$$
, no verifica; por lo tanto el

caudal supuesto es incorrecto. Iterando se encuentra que la solución es:

$\dot{M} = 1.162 \text{ kg/s}$

**Doble coeficiente de resistencia de Hooper**

Iteración 1:

Caudal supuesto:  $\dot{M} = 1 \text{ kg/s}$

$Re = 47706$

Entrada a la cañería  $K = 1.5$

caño recto:  $K = f \frac{L}{D_i} = 0.0266 \frac{30}{0.0266} = 30$

10 codos 90°:  $K = 10 \left[ \frac{800}{47706} + 0.4 \left( 1 + \frac{1}{1.049} \right) \right] = 7.98$

10 te en derivación:  $K = 10 \left[ \frac{500}{47706} + 0.7 \left( 1 + \frac{1}{1.049} \right) \right] = 13.78$

8 válvulas esclusa:  $K = 8 \left[ \frac{300}{47706} + 0.1 \left( 1 + \frac{1}{1.049} \right) \right] = 1.61$

Sumatoria  $K$   $K_{total} = 54.87$

$54.87 \frac{1}{2} \left( \frac{4 \times 1}{1000 \times \pi \times 0.0266^2} \right)^2 - 12 \times 9.81 = -28.88 \neq 0$ , no verifica; el caudal supuesto

es incorrecto. Iterando se encuentra que la solución es:

$\dot{M} = 1.150 \text{ kg/s}$

**Triple coeficiente de resistencia de Darby**

Iteración 1:

Caudal supuesto:  $\dot{M} = 1 \text{ kg/s}$

$Re = 47706$

Entrada a la cañería  $K = 1.5$

caño recto:  $K = f \frac{L}{D_i} = 0.0266 \frac{30}{0.0266} = 30$

10 codos 90°:  $K = 10 \left[ \frac{800}{47706} + 0.14 \left( 1 + \frac{4}{1} \right) \right] = 7.17$

10 te en derivación:  $K = 10 \left[ \frac{500}{47706} + 0.274 \left( 1 + \frac{4}{1} \right) \right] = 13.80$

8 válvulas esclusa:  $K = 8 \left[ \frac{300}{47706} + 0.037 \left( 1 + \frac{3.9}{1} \right) \right] = 1.50$

Sumatoria  $K$   $K_{total} = 53.97$

$53.97 \frac{1}{2} \left( \frac{4 \times 1}{1000 \times \pi \times 0.0266^2} \right)^2 - 12 \times 9.81 = -30.34 \neq 0$ , no verifica; el caudal supuesto

es incorrecto. Iterando se encuentra que la solución es:

$\dot{M} = 1.160 \text{ kg/s}$

Repitiendo el cálculo para los distintos diámetros se obtiene la Tabla 1.5 de resultados.

Tabla 1.5. Resultados del ejemplo 1.3.

| Diámetro    |        | Caudales (kg/s) |        |       |
|-------------|--------|-----------------|--------|-------|
| Nominal (") | DI (") | Crane           | Hooper | Darby |
| 1           | 1.049  | 1.162           | 1.150  | 1.160 |
| 1.5         | 1.610  | 3.123           | 3.239  | 3.198 |

|    |       |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 2  | 2.067 | 5.459 | 5.835 | 5.718 |
| 4  | 4.026 | 22.99 | 26.51 | 25.72 |
| 6  | 6.065 | 54.12 | 64.79 | 63.12 |
| 8  | 8.125 | 98.87 | 120.9 | 118.7 |
| 10 | 10.25 | 159.0 | 197.2 | 195.1 |
| 12 | 12.25 | 228.6 | 286.0 | 285.3 |

## 4.2 Selección del diámetro de una cañería

Si la diferencia de presión entre los extremos de una cañería es fija (ej. diferencia de nivel entre dos recipientes), la selección del diámetro se reduce simplemente al menor diámetro comercial que permita circular el caudal deseado.

Pero si se trata de un sistema de bombeo en donde la energía para hacer circular un determinado caudal de fluido implica un costo económico, la selección del diámetro de la cañería es una tarea más compleja. El resultado surge de un balance económico que implique el menor costo de inversión y operación combinados. Si el diámetro seleccionado es demasiado pequeño, el costo de la cañería, será bajo; pero requerirá un alto consumo de energía, puesto que la caída de presión será alta debido a su reducido diámetro, y por lo tanto alta velocidad de circulación. Lo contrario ocurre si el diámetro seleccionado es más grande que el necesario: el costo de bombeo será bajo debido a la baja velocidad, lo que implica baja caída de presión debido a la fricción, pero al mismo tiempo el costo de la cañería será alto. La selección del diámetro óptimo de la cañería se reduce entonces a una solución de compromiso tendiente a minimizar la suma de ambos costos.

Para cañerías largas, complejas o de materiales costosos se requiere hacer un análisis detallado para encontrar la mejor solución en forma analítica. Por el contrario para cañerías cortas y simples, normalmente encontradas en plantas químicas o refinerías de petróleo, no se justifica el esfuerzo, y es suficiente aplicar “reglas del pulgar” basadas en la experiencia. En la literatura se encuentra una amplia variedad de tablas, gráficos y ábacos para determinar en forma rápida y empírica el diámetro de una cañería, ya sea en forma directa o indirectamente limitando el rango de velocidades o la caída de presión aconsejadas. Las Tablas 1.6 y 1.7 presentan una selección de reglas del pulgar publicadas en la literatura.

Tabla 1.6. Velocidades típicas de diseño en sistemas de proceso (Ludwig, 1964)

| Servicio                              | Velocidad (m/s) |
|---------------------------------------|-----------------|
| Líquido promedio de proceso           | 1.22 – 1.98     |
| Succión de bombas, no ebullición      | 0.30 – 1.52     |
| Succión de bombas, ebullición         | 0.15 – 0.91     |
| Alimentación a calderas               | 1.22 – 1.43     |
| Líneas de drenaje                     | 0.45 – 1.22     |
| Líquido a rebullidor (sin bombeo)     | 0.61 – 2.13     |
| Mezcla vapor-líquido de un rebullidor | 4.57 – 9.14     |
| Vapor a condensador                   | 4.57 – 24.38    |
| Separador por gravedad                | 0.15 – 0.46     |

En relación a la Tabla 1.6 se debe aclarar que:

- 1) Los valores de velocidad son para ser usados solamente como guía. La selección final debe estar determinada por la caída de presión del sistema en conjunto.
- 2) Para fluidos densos y viscosos, las velocidades indicadas deben reducirse aproximadamente a la mitad del valor indicado en la tabla.

3) En todos los casos, los fluidos no deben tener partículas sólidas en suspensión.

Tabla 1.7. Velocidades típicas para distintos fluidos (Branan, 1994)

| Fluido  | Condición de flujo   |
|---|--|
| Gas seco  | 30.48 m/s  |
| Gas húmedo  | 18.29 m/s  |
| Vapor a alta presión  | 45.72 m/s  |
| Vapor a baja presión  | 30.48 m/s  |
| Aire  | 30.48 m/s  |
| Línea de vapor en general   | Velocidad máxima: 0.3 Mach, ó 11.31 kPa/100 m (0.5 psi / 100 pies) |
| Líquidos volátiles livianos cerca del punto de burbuja en succión de bombas | Pérdida máx. de altura de la línea de succión: 0.15 m (0.5 pie)    |
| Descarga de bombas, reflujo de columnas                                     | 67.8 – 113.1 kPa ó 100 m (3 – 5 psi /100 pies)                     |
| Fluido térmico en cabezales   | 33.9 kPa/100 m (1.5 psi/100 pies)                                  |
| Líneas de vacío, vapor debajo de 50 mm Hg abs.                              | Máxima pérdida por fricción: 5% de la presión absoluta.            |

Cuando el costo de la instalación de bombeo lo requiera, se debe hacer un análisis minucioso para determinar el diámetro óptimo de la cañería. El análisis que se presenta a continuación corresponde a Coulson & Richardson (1983), y consiste en expresar matemáticamente el costo total (capital + funcionamiento) en función del diámetro del caño. Luego se deriva la función resultante y se iguala a cero para encontrar el valor mínimo de la misma.

Tomando como base 1 m de caño, el costo de capital  $C_p$  de la cañería, se puede expresar como:

$$C_p = cD^d (1 + F)(a + b) \tag{1.28}$$

donde:

- $C_p$  : costo anual de capital
- $cD^d$  : costo unitario de la cañería
- $c, d$  : constantes que dependen del material y del espesor
- $F$  : fracción del costo unitario correspondiente a los accesorios
- $a$  : fracción del capital asignado a 1 año para su amortización
- $b$  : fracción del capital asignado al mantenimiento anual

Para el costo operativo debemos considerar la potencia consumida por fricción solamente, pues es el único consumo irreversible de energía que varía con el diámetro. Según la ecuación (1.10):

$$\Delta p_{fricc} = f \frac{L}{D} \frac{\dot{m}^2}{2\rho}$$

para un cálculo rápido, el factor de fricción de un caño comercial con flujo turbulento, puede aproximarse como:

$$f \approx 0.16 \text{Re}^{-0.16}$$

además:

$$Re = \frac{\dot{m} D}{\eta}$$

$$\dot{m} = \frac{4\dot{M}}{\pi D^2}$$

Reemplazando, se obtiene la caída de presión por fricción por unidad de longitud:

$$\frac{\Delta p}{L} = (4.13)^{10} \dot{M}^{1.84} \eta^{0.16} \rho^{-1} D^{-4.84} \quad (1.29)$$

Donde:

$$\frac{\Delta p}{L} \quad : \text{caída de presión por unidad de longitud} \quad \left( \frac{kPa}{m} \right)$$

$$\dot{M} \quad : \text{flujo másico} \quad \left( \frac{kg}{s} \right)$$

$$\eta \quad : \text{viscosidad del fluido} \quad (Pa \cdot s)$$

$$\rho \quad : \text{densidad del fluido} \quad \left( \frac{kg}{m^3} \right)$$

$$D \quad : \text{diámetro de la cañería} \quad (m)$$

El costo anual de bombeo por unidad de longitud de cañería,  $C_f$  es:

$$C_f = \frac{t C_E \Delta p \dot{M}}{E_f L \rho} \quad (1.30)$$

donde:

$$t \quad : \text{horas anuales de operación} \quad (\cong 8000 \text{ horas/año})$$

$$C_E \quad : \text{costo de la energía} \quad (\$/kWh)$$

$$E_f \quad : \text{eficiencia de la bomba} \quad (\cong 0.6)$$

Reemplazando la ecuación (1.29) en (1.30):

$$C_f = \frac{t C_E}{E_f} (4.13)^{10} \dot{M}^{2.84} \eta^{0.16} \rho^{-2} D^{-4.84} \quad (1.31)$$

El costo total anual resulta de la suma del costo de capital y el costo de la energía para el bombeo:

$$C_t = C_p + C_f \quad (1.32)$$

Reemplazando e igualando a cero la derivada de la función costo total respecto del diámetro de la cañería, se obtiene el diámetro óptimo para el costo total mínimo:

$$D_{optimo} = \left[ \frac{(19.99)^{10} t C_E \dot{M}^{2.84} \eta^{0.16} \rho^{-2}}{E_f d c (1+F)(a+b)} \right]^{\frac{1}{4.84+d}} \quad (1.33)$$

## 5 Flujo compresible

Dado que la densidad de los gases y vapores varían considerablemente con la presión, si en un conducto se tiene una caída de presión apreciable, se tendrá un aumento de velocidad importante. A este tipo de flujo se lo denomina flujo compresible. Debe hacerse notar la diferencia conceptual entre fluido compresible y flujo compresible. Los gases y vapores son por cierto fluidos compresibles, pero pueden o no

participar en flujos compresibles: todo depende de la caída de presión del sistema en cuestión. Si la caída de presión es importante entonces habrá una variación notable de la densidad y por lo tanto de la velocidad, entonces se dice que el flujo es compresible. Contrariamente, si la variación de presión comparada con la presión aguas arriba es pequeña, luego la densidad y por lo tanto la velocidad del gas/vapor se mantendrán aproximadamente constantes, entonces se dice que el flujo es incompresible a pesar que interviene un fluido compresible. El límite entre ambos regímenes es arbitrario, y depende del grado de precisión que se quiere obtener. El cálculo del flujo incompresible es más sencillo y directo que el de flujo compresible, y en el afán de simplificar los cálculos, los distintos autores no concuerdan en el límite.

Siendo  $\Delta p = p_1 - p_2$  la caída de presión en un conducto por el que circula un gas o vapor, el Technical Paper N°410 de Crane considera:

- 1) Si  $\Delta p < 0.1p_1$  el flujo es incompresible y la densidad puede ser calculada indistintamente aguas arriba o aguas abajo del conducto.
- 2) Si  $0.1p_1 < \Delta p \leq 0.4p_1$  el flujo es incompresible, si se calcula la densidad media del fluido en el conducto.
- 3) Si  $\Delta p > 0.4p_1$  el flujo debe ser considerado compresible.

Por otra parte Farina (1997) considera que si  $\Delta p > 0.15p_1$  el flujo debe ser considerado compresible.

**Límite máximo de flujos compresibles – flujo crítico o sónico, estrangulamiento**

En un flujo compresible, en un conducto de sección transversal uniforme, a medida que la presión disminuye la velocidad del fluido se incrementa. Este proceso tiene un límite termodinámico cuando se alcanza la velocidad de propagación de una onda de presión, o sea la velocidad del sonido. En estas condiciones se dice que el flujo es crítico o está estrangulado. En un conducto de sección uniforme, este límite no puede ser sobrepasado, pues en esa situación se alcanza la máxima entropía. El grado de aproximación a este límite se cuantifica convenientemente mediante el número de Mach, que se define como:

$$Ma = \frac{u}{a} \tag{1.34}$$

donde:

- $Ma$  : número de Mach (-)
- $u$  : velocidad del gas/vapor  $\left(\frac{m}{s}\right)$
- $a$  : velocidad del sonido (adiabático)  $= \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = \sqrt{kT \frac{R}{\tilde{M}}}$   $\left(\frac{m}{s}\right)$
- $k = \frac{C_p}{C_v}$  : razón de calores específicos a presión y volumen constantes (-)
- $p$  : presión (Pa)
- $\rho$  : densidad del gas/vapor  $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
- $T$  : temperatura (K)
- $R$  : constante de los gases  $8314 \left(\frac{J}{kg \text{ mol } K}\right)$
- $\tilde{M}$  : peso molecular del gas/vapor (-)

Es importante destacar que la velocidad del sonido siempre se calcula en forma adiabática aunque el flujo sea isotérmico.

## 5.1 Ecuaciones básicas para flujo compresible

El análisis que se desarrolla a continuación está sujeto a las siguientes limitaciones:

- 1) Flujo unidimensional estacionario.
- 2) Gas perfecto y  $k = \frac{C_p}{C_v}$  constante
- 3) Conducto de sección uniforme
- 4) Se desprecian los cambios de energía potencial y el trabajo.
- 5) El esfuerzo de corte en la pared se correlaciona con el factor de fricción.

Las ecuaciones que describen el fenómeno de flujo compresible son no lineales y a menudo requieren solución por el método de prueba y error. La convergencia a las soluciones puede ser muy lenta y frustrante en la vecindad del flujo crítico.

El flujo compresible debe cumplir con el principio de conservación de la materia y con la primera ley de la termodinámica, o sea el principio de conservación de la energía, es decir:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} = 0 \quad (1.35)$$

$$\int_{p_1}^{p_2} \rho dp + \dot{m}^2 \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} + \left( f \frac{L}{D_i} + \sum K_i \right) \frac{\dot{m}^2}{2} = 0 \quad (1.36)$$

donde:

|            |  |                                   |
|------------|--|-----------------------------------|
| $\dot{m}$  | : caudal másico específico   | $\left( \frac{kg}{m^2 s} \right)$ |
| $f$        | : factor de fricción de D'arcy   | (-)                               |
| $L$        | : longitud del conducto  | (m)                               |
| $D$        | : diámetro del conducto  | (m)                               |
| $\sum K_i$ | : sumatoria de los coeficientes de resistencia de todos los accesorios | (-)                               |

La integral puede ser evaluada cuando se establezca la relación entre  $\rho$  y  $p$ . Dos procesos son de interés desde el punto de vista práctico: isotérmico y adiabático.

## 5.2 Flujo adiabático

La condición de flujo adiabático se encuentra en la práctica, de forma aproximada, en tramos cortos y aislados de cañería. La velocidad de propagación de una onda de presión en condiciones adiabáticas es la velocidad del sonido, o sea que el flujo crítico en condiciones adiabáticas se alcanza cuando  $Ma = 1$ .

A medida que el gas fluye irreversiblemente por el conducto, la entropía se incrementa y, si el conducto es suficientemente largo, la entropía alcanzará un valor máximo el cual no podrá ser sobrepasado. El flujo se estrangula (flujo crítico) y el caudal no podrá incrementarse por disminución de la presión a la salida del conducto, o sea por aumento de la diferencia de presión.

En condiciones de flujo adiabático crítico o estrangulado, la integración del balance de energía mecánica entre  $Ma_1$  a la entrada del conducto, y  $Ma_2 = 1$  a la salida, resulta (White, 1979, y Farina, 1997):

$$\frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = \frac{1}{k Ma_1^2} - \frac{1}{k} - \frac{k+1}{2k} \ln \frac{2k}{k+1} \left( \frac{1}{k Ma_1^2} + \frac{k-1}{2k} \right) \quad (1.37)$$

Si definimos:  $Y = \frac{1}{k Ma_1^2}$  y  $A^* = \frac{\bar{f} L_1^*}{D_i}$ , entonces:

$$A^* = \frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = Y - \frac{1}{k} - \frac{k+1}{2k} \ln \frac{2k}{k+1} \left( Y + \frac{k-1}{2k} \right) \quad (1.38)$$

$\bar{f}$ : es el factor medio de fricción de D'arcy. Para flujo turbulento, el factor de fricción depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa del conducto. Se puede considerar que este factor es aproximadamente constante ya que el número de Reynolds solamente puede variar con la viscosidad, que es una débil función de la temperatura. Para flujo isotérmico, la temperatura es constante, y para flujo adiabático la variación de temperatura es generalmente pequeña.

$L_1^*$ : longitud crítica hipotética para  $Ma_1$  en la entrada del conducto y flujo crítico en la salida. ( $Ma_2 = 1$  para flujo adiabático).

A partir de la aplicación de los principios básicos de la conservación de la materia y la energía es posible derivar expresiones (Farina, 1997) que relacionen la presión, temperatura, densidad y velocidad en los extremos del conducto con flujo compresible subsónico (no crítico) entre  $Ma_1$  y  $Ma_2 \leq 1$ :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \sqrt{\frac{2+(k-1)Ma_1^2}{2+(k-1)Ma_2^2}} \quad (1.39a)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2+(k-1)Ma_1^2}{2+(k-1)Ma_2^2} \quad (1.39b)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \sqrt{\frac{2+(k-1)Ma_2^2}{2+(k-1)Ma_1^2}} \quad (1.39c)$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (1.39d)$$

Si el flujo es crítico (sónico) entonces:  $Ma_2 = 1$ , luego las ecuaciones (1.39) quedan:

$$\frac{p_2}{p_1} = Ma_1 \sqrt{\frac{2+(k-1)Ma_1^2}{k+1}} \quad (1.40a)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2+(k-1)Ma_1^2}{k+1} \quad (1.40b)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = Ma_1 \sqrt{\frac{k+1}{2+(k-1)Ma_1^2}} \quad (1.40c)$$

$$u_2 = a \quad (1.40d)$$

### 5.3 Flujo isotérmico

El flujo isotérmico se encuentra aproximadamente en conductos largos sin aislar, como por ejemplo en gasoductos. En este caso la velocidad de propagación de una onda de presión es:

$$\frac{a}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{R}{\bar{M}} T}, \text{ o sea que el flujo crítico ocurre cuando: } Ma_2 = \frac{1}{\sqrt{k}}.$$

De la integración del balance de energía entre  $Ma_1$  y  $Ma_2 = \frac{1}{\sqrt{k}}$  se obtiene:

$$\frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = \frac{1}{k Ma_1^2} - 1 - \ln\left(\frac{1}{k Ma_1^2}\right) \quad (1.41)$$

o sea:

$$A^* = \frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = Y - 1 - \ln(Y) \quad (1.42)$$

De manera similar que en flujo adiabático, las expresiones que relacionan la presión, temperatura, densidad y velocidad de los extremos del conducto para flujo subsónico son:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \quad (1.43a)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 \quad (1.43b)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \quad (1.43c)$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{Ma_2}{Ma_1} \quad (1.43d)$$

Para flujo isotérmico crítico:  $Ma_2 = \frac{1}{\sqrt{k}}$ , entonces las ecuaciones quedan:

$$\frac{p_2}{p_1} = Ma_1 \sqrt{k} \quad (1.44a)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 \quad (1.44b)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = Ma_1 \sqrt{k} \quad (1.44c)$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{a}{\sqrt{k}} \quad (1.44d)$$

Para sistemas isotérmicos subsónicos es posible obtener una relación exacta entre la caída de presión y el flujo másico (White, 1979):

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{\frac{R}{\bar{M}} T \left( A + 2 \ln \frac{p_1}{p_2} \right)}} \quad (1.45)$$

La ecuación (1.45) es aplicable sólo a flujo subsónico hasta exactamente el flujo crítico, pero no más allá. Esta ecuación se debe utilizar con cuidado, y siempre ante la certeza de estar en flujo subsónico; pues al no contener el número  $Ma$ , no permite distinguir el fenómeno de estrangulamiento, dando en ese caso resultados erróneos.

En la Tabla A1.8 del Apéndice se resumen todas las ecuaciones necesarias para resolver sistemas de flujo compresible.

### 5.4 Longitud crítica. Ejemplos

Las ecuaciones no lineales (1.38) y (1.42) se emplean para calcular la longitud crítica  $L_1^*$  o el factor crítico  $A^*$ , en función de  $Ma_1$  o  $Y$ . Pero resulta que en la práctica a menudo es necesario hacer el cálculo inverso, es decir calcular  $Ma_1$  o  $Y$  a partir de  $L_1^*$  o  $A^*$ . En este caso las funciones no son explícitas y deben resolverse por prueba y error. Desgraciadamente estas ecuaciones tienen dos raíces, de las cuales solamente una tiene significado físico. Farina (1997) propone un método de sustitución directa que asegura una rápida y segura convergencia al resultado deseado. Las ecuaciones (1.38) y (1.42) para flujo crítico pueden expresarse en forma genérica como:

$$A^* = \frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = Y - \frac{1}{b} - \frac{b+1}{2b} \ln \frac{2b}{b+1} \left( Y + \frac{b-1}{2b} \right) \quad (1.46)$$

con  $b = k$  para flujo adiabático y  $b = 1$  para flujo isotérmico. Esta ecuación se puede expresar de la siguiente manera para su solución mediante sustitución directa:

$$Y_{n+1} = A^* + \frac{1}{b} + \frac{b+1}{2b} \ln \frac{2b}{b+1} \left( Y_n + \frac{b-1}{2b} \right) \quad (1.47)$$

donde  $n$ : es el contador de iteraciones.

Se puede probar que este método siempre convergerá a la solución deseada si consideramos como valor inicial:

$$Y_0 \geq A^* + 1 \quad \text{si el flujo es isotérmico} \quad (1.48)$$

$$Y_0 \geq A^* + \frac{1}{k} \quad \text{si el flujo es adiabático} \quad (1.49)$$

#### Uso del factor $A$ en la solución de problemas

La comparación entre el factor crítico  $A^* = \frac{\bar{f} L^*}{D_i}$  y el factor real:  $A = \frac{\bar{f} L}{D_i}$  ayuda a resolver los problemas de flujo compresible. Pero es necesario distinguir entre dos tipos de problemas: a) imposición de la caída de presión, b) imposición del caudal. Ambos tipos de problemas se explican mejor con ejemplos numéricos.

#### Ejemplo: 1.4

Supongamos flujo isotérmico de aire a 20 °C en un conducto de descarga a la atmósfera, de un recipiente que se mantiene a presión constante (caída de presión impuesta). Determinar:

- 1) Factor crítico  $A^*$
- 2) Longitud crítica del conducto  $L^*$
- 3) El caudal máximo posible (condición crítica)

$$p_1 = 10 \text{ bar}$$

$$\begin{aligned}
 p_2 &= 1 \text{ bar} \\
 D_i &= 0.05 \text{ m} \\
 k &= 1.41 \\
 \tilde{M} &= 29 \\
 T &= 20 + 273 = 293 \text{ K} \\
 f &= 0.02 \text{ (valor supuesto, que debe ser verificado)}
 \end{aligned}$$

**Solución:**

a) De la ecuación (1.44a):  $\frac{p_2}{p_1} = Ma_1 \sqrt{k}$  o sea:

$$\begin{aligned}
 Ma_1 &= \frac{1}{\frac{10}{1} \sqrt{1.41}} = 0.08422 \\
 Y &= \frac{1}{k Ma_1^2} = \frac{1}{1.41 (0.08422)^2} = 100
 \end{aligned}$$

De la ecuación. (1.42):

$$A^* = \frac{\tilde{f} L_1^*}{D_i} = Y - 1 - \ln(Y) = 100 - 1 - \ln(100) = 94.39$$

b)  $L^* = A^* \frac{D_i}{f} = 94.39 \frac{0.05}{0.02} = 235.98 \text{ m}$

**Comentario:** En otras palabras, este resultado indica que es necesario 235.98 m de cañería de 0.05 m de diámetro para consumir por fricción la energía disponible ( $\Delta p = 10 - 1 = 9 \text{ bar}$ ) y alcanzar una velocidad  $Ma_2 = \frac{1}{\sqrt{k}}$  en la salida. Como ejercicio, se propone al lector verificar que realmente esto se cumple.

c) Por otra parte:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \frac{p_1 \tilde{M}}{RT} = \frac{10^6 (29)}{8314 (293)} = 11.90 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
 a_1 &= \sqrt{k \frac{p_1}{\rho_1}} = \sqrt{1.41 \frac{10^6}{11.90}} = 344.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 u_1 &= Ma_1 a_1 = 0.08422 (344.22) = 28.99 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 \dot{M} &= \rho_1 \frac{\pi D^2}{4} u_1 = 11.9 \frac{\pi (0.05)^2}{4} 28.99 = 0.677 \frac{\text{kg}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

Que es el caudal máximo posible (flujo crítico).

**Ejemplo 1.5:**

¿Qué ocurriría si la cañería del ejemplo 1.3 se acorta a  $L = 125 \text{ m}$ ?

En ese caso, toda la energía disponible ( $\Delta p = 10 - 1 = 9 \text{ bar}$ ) no alcanza a ser disipada por fricción en un conducto de longitud inferior al valor crítico, lo que indica que el flujo sigue siendo crítico, aunque a un caudal mayor. Veamos si las ecuaciones reflejan esta situación.

$$A = \frac{fL}{D_i} = 0.02 \frac{125}{0.05} = 50 < A^* = 94.39$$

Entonces el factor  $A$  real pasa a ser el factor crítico  $A^*$ , luego:

$$A^* = \frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = 50 = Y - 1 - \ln(Y)$$

Esta ecuación debe resolverse por prueba y error como se indica en la ec.(1.47) :

$$Y_{n+1} = A^* + \frac{1}{b} + \frac{b+1}{2b} \ln \frac{2b}{b+1} \left( Y_n + \frac{b-1}{2b} \right) = 50 + 1 + \ln(Y_n)$$

$$Y_0 \geq A^* + 1 = 50 + 1 = 51$$

$$\text{Primera iteración: } Y_1 = 54.93$$

$$\text{Segunda iteración: } Y_2 = 55.01$$

$$\text{Tercera iteración: } Y_3 = 55.01 \Rightarrow \text{OK}$$

$$\text{Entonces: } Y = \frac{1}{kMa_1^2} \Rightarrow Ma_1 = \sqrt{\frac{1}{kY}} = \sqrt{\frac{1}{1.41(55.01)}} = 0.1135$$

$$u_1 = Ma_1 a_1 = 0.1135(344.22) = 39.08 \frac{m}{s}$$

$$\dot{M} = \rho_1 \frac{\pi D_i^2}{4} u_1 = 11.9 \frac{\pi (0.05)^2}{4} 39.08 = 0.913 \frac{kg}{s}$$

La presión a la salida,  $p_2$  se calcula con la ecuación (1.44<sup>a</sup>):

$$\frac{p_2}{p_1} = Ma_1 \sqrt{k} \Rightarrow p_2 = p_1 Ma_1 \sqrt{k} = 10(0.1135)\sqrt{1.41} = 1.348 \text{ bar}$$

**Conclusión:** en este caso, en donde la caída de presión está impuesta ( $\Delta p = 10 - 1 = 9 \text{ bar}$ ), si la longitud de la cañería es más corta que la longitud crítica, entonces el régimen de flujo permanece en condición crítica, con aumento de caudal. Al ser más corta, la fricción en la cañería disminuye, lo que permite que fluya mayor caudal. Un aspecto curioso es que la presión en la salida del caño no concuerda con la presión atmosférica, sino que es superior:  $p_2 = 1.348 \text{ bar}$ . ¿Qué ocurre con la diferencia? Efectivamente, si  $L = L^* = 125 \text{ m} < 235.98 \text{ m}$ , el flujo es crítico y la presión no puede descender de  $p_2 = 1.348 \text{ bar}$ ; como la descarga se realiza a la atmósfera ( $p_{at} = 1 \text{ bar}$ ) la diferencia se consume en flujo turbulento en la boca del caño, justo después de la descarga, o sea afuera del caño. De aquí se deduce una conclusión importante: si la presión en donde descarga el caño, está por debajo de  $p = 1.348 \text{ bar}$ , no interesa cuan baja sea ésta: el flujo seguirá siendo crítico,  $\dot{M} = 0.913 \frac{kg}{s}$ , y  $p_2 = 1.348 \text{ bar}$ . En otras palabras: pasado este límite, un aumento de fuerza impulsora por disminución de presión en la descarga, no produce ninguna variación en el flujo de la cañería. Esto equivale a decir que no toda la energía disponible es consumida por fricción en el caño, el excedente debe ser consumido fuera de él por flujo turbulento, inmediatamente después de la descarga.

### Ejemplo 1.6:

¿Qué ocurriría si la cañería del ejemplo 1.3 se alargara a  $L = 250 \text{ m}$ ?

En este caso, toda la energía disponible ( $\Delta p = 10 - 1 = 9 \text{ bar}$ ) tiene una longitud mayor de caño para ser disipada por fricción, el caudal disminuirá y el régimen de flujo será subsónico (no crítico). Veamos qué indican las ecuaciones de flujo compresible.

$$A = \frac{fL}{D_i} = 0.02 \frac{250}{0.05} = 100 > A^* = 94.39$$

Este caso de flujo subsónico se resuelve por prueba y error, suponiendo que a continuación del caño real se conecta un caño ficticio de longitud adecuada como para alcanzar la condición de flujo crítico (ver Figura 1.4).

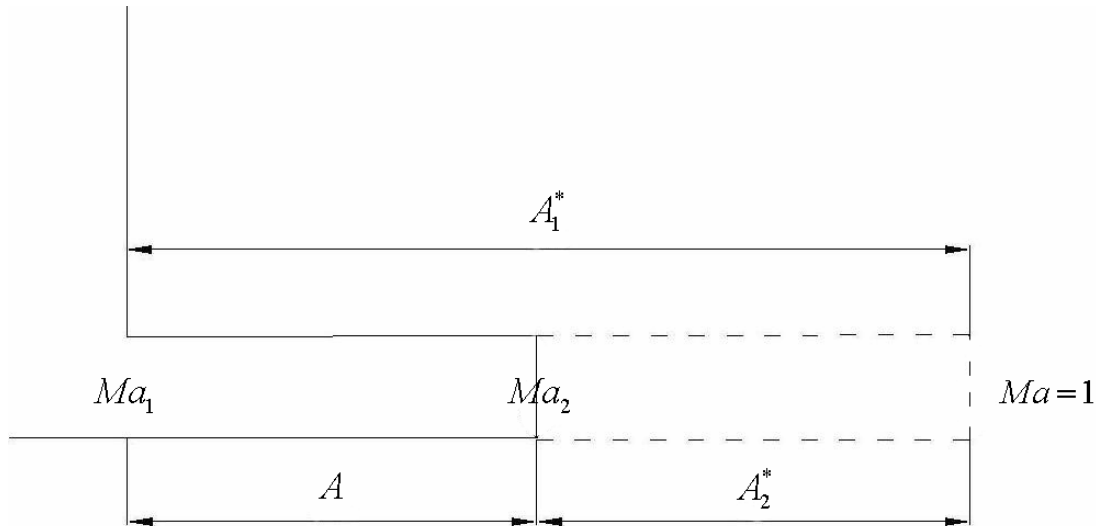


Figura 1.4. Flujo isotérmico subsónico.

El esquema de cálculo es el siguiente:

- 1) Suponer  $Ma_1$  a la entrada del caño, digamos:  $Ma_1 = 0.08$
- 2) Calcular  $A_1^*$  correspondiente a este valor de  $Ma_1$ :

$$Y = \frac{1}{kMa_1^2} = \frac{1}{1.41(0.08)^2} = 110.81$$

$$A_1^* = \frac{\bar{f} L_1}{D_i} = Y - 1 - \ln(Y) = 110.81 - 1 - \ln(110.81) = 105.1077$$

- 3) Calcular el factor crítico para la prolongación ficticia,  $A_2^*$ :

$$A_2^* = A_1^* - A = 105.1077 - 100 = 5.1077$$

- 4) Calcular  $M_2$  correspondiente al final del caño real y al mismo tiempo el comienzo de la prolongación ficticia (por prueba y error):

$$Y_{n+1} = A_2^* + \frac{1}{b} + \frac{b+1}{2b} \ln \frac{2b}{b+1} \left( Y_n + \frac{b-1}{2b} \right) = 5.1077 + 1 + \ln(Y_n)$$

$$Y_0 \geq A_2^* + 1 = 5.1077 + 1 = 6.1077$$

Primera iteración:  $Y_1 = 7.917$

Segunda iteración:  $Y_2 = 8.176$

Tercera iteración:  $Y_3 = 8.209$   
 Cuarta iteración:  $Y_4 = 8.212 \Rightarrow \text{OK}$

$$Y = \frac{1}{kMa_2^2} \Rightarrow Ma_2 = \sqrt{\frac{1}{kY_4}} = \sqrt{\frac{1}{1.41(8.212)}} = 0.2939$$

5) Calcular la presión a la salida del caño, o sea a la entrada de la prolongación ficticia. De la ec. (43a) para flujo subsónico:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{Ma_1}{Ma_2} = 10 \frac{0.08}{0.2939} = 2.722 \text{ bar}$$

esta presión es mayor que la presión a la descarga:  $p_2 = 1 \text{ bar}$ , por lo tanto el valor  $Ma_1 = 0.08$  supuesto en el punto 1) no es el correcto. Adoptar un nuevo valor (en este caso mayor) de  $Ma_1$  y volver a calcular. Se debe repetir el cálculo hasta obtener la convergencia requerida. Sucesivas iteraciones arrojan los resultados mostrados en la tabla 1.8.

Tabla 1.8. Resultados de las iteraciones realizadas para hallar el valor de  $Ma_1$ .

| $Ma_1$  | $A_1^*$  | $A_2^*$ | $Ma_2$ | $p_2$           |
|---------|----------|---------|--------|-----------------|
| 0.0800  | 105.107  | 5.107   | 0.2939 | 2.722           |
| 0.0810  | 102.413  | 2.413   | 0.3755 | 2.156           |
| 0.0815  | 101.103  | 1.103   | 0.4638 | 1.757           |
| 0.0819  | 100.072  | 0.0727  | 0.7039 | 1.163           |
| 0.08192 | 100.0216 | 0.0216  | 0.7617 | $1.075 \cong 1$ |

El caudal que circula por el caño es:

$$u_1 = Ma_1 a_1 = 0.08192(344.22) = 28.19 \frac{m}{s}$$

$$\dot{M} = \rho_1 \frac{\pi D_i^2}{4} u_1 = 11.9 \frac{\pi(0.05)^2}{4} 28.19 = 0.659 \frac{kg}{s}$$

Como se sabe que el flujo es subsónico, este resultado también se puede obtener empleando la ecuación alternativa (1.45)

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{\frac{R}{\tilde{M}} T \left( A^* + 2 \ln \frac{p_1}{p_2} \right)}} = \sqrt{\frac{(10^6)^2 - (10^5)^2}{\frac{8314}{29} 293 \left( 100 + 2 \ln \frac{10^6}{10^5} \right)}} = 335.66 \frac{kg}{m^2 s}$$

$$\dot{M} = \dot{m} \frac{\pi D_i^2}{4} = 335.66 \frac{\pi 0.05^2}{4} = 0.6591 \frac{kg}{s}$$

**Corolario 1:** Si se impone la diferencia de presión, entonces:

|                    |               |              |                                |
|--------------------|---------------|--------------|--------------------------------|
| Flujo subsónico    | $\Rightarrow$ | si $A > A^*$ | ( $p_2 =$ presión de descarga) |
| Flujo crítico      | $\Rightarrow$ | si $A = A^*$ | ( $p_2 =$ presión de descarga) |
| Flujo supercrítico | $\Rightarrow$ | si $A < A^*$ | ( $p_2 >$ presión de descarga) |

**Ejemplo 1.7**

Supongamos flujo isotérmico de aire a 20 °C en un conducto de descarga de un recipiente que se mantiene a presión constante. El caudal requerido es: 0.8043 kg/s (caudal impuesto). Determinar:

- Factor crítico  $A^*$
- Longitud crítica del conducto  $L^*$
- La presión máxima en la descarga para el caudal requerido.

$$p_1 = 10 \text{ bar}$$

$$D_i = 0.05 \text{ m}$$

$$k = 1.41$$

$$\tilde{M} = 29$$

$$T = 20 + 273 = 293 \text{ K}$$

$$f = 0.02 \text{ (valor supuesto, que debe ser verificado)}$$

- Del problema anterior se sabe que  $\rho_1 = 11.90 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , y  $a = 344.22 \text{ m/s}$ , entonces:

$$u_1 = \frac{\dot{M}}{\rho_1 \frac{\pi 0.05^2}{4}} = \frac{0.8043(4)}{11.90 \pi 0.05^2} = 34.42 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Ma_1 = \frac{u_1}{a} = \frac{34.42}{344.22} = 0.100$$

$$Y = \frac{1}{kMa_1^2} = \frac{1}{1.41(0.1)^2} = 70.92$$

De la ecuación (1.42):

$$A^* = \frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = Y - 1 - \ln(Y) = 70.92 - 1 - \ln(70.92) = 65.66$$

- $L^* = A^* \frac{D_i}{\bar{f}} = 65.66 \frac{0.05}{0.02} = 164.15 \text{ m}$

- De la ecuación (1.44a):  $\frac{p_2}{p_1} = Ma_1 \sqrt{k} \quad p_2 = p_1 Ma_1 \sqrt{k} = 10(0.1)\sqrt{1.41} = 1.1874 \text{ bar}$

**Conclusión:** Una longitud crítica de 164.15 m y una presión de 1.1874 bar en la descarga permite circular en condición crítica 0.8043 kg/s (valor requerido).

### Ejemplo 1.8

¿Qué ocurriría si la cañería del ejemplo 1.7 se alarga a  $L = 200 \text{ m}$  ?.

Es ese caso el caudal dato  $\dot{M} = 0.8043 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  tiende a seguir acelerándose más allá de los 164.15 m. Pero eso no es posible puesto que ya se ha alcanzado la velocidad límite, luego el flujo permanece crítico pero el caudal deberá ser inferior al requerido.

$$A = \frac{fL}{D_i} = 0.02 \frac{200}{0.05} = 80 > A^* = 65.66$$

Entonces el factor  $A$  real pasa a ser el factor crítico  $A^*$ , luego:

$$A^* = \frac{\bar{f} L_1^*}{D_i} = 80 = Y - 1 - \ln(Y)$$

Esta ecuación debe resolverse por prueba y error como se indica en las ecuaciones (1.19) y (1.20), dando por resultado:  $Y = 85.45$

$$\text{Entonces: } Y = \frac{1}{kMa_1^2} \Rightarrow Ma_1 = \sqrt{\frac{1}{kY}} = \sqrt{\frac{1}{1.41(85.45)}} = 0.09110$$

$$u_1 = Ma_1 a_1 = 0.0911(344.22) = 31.36 \frac{m}{s}$$

$$\dot{M} = \rho_1 \frac{\pi D_i^2}{4} u_1 = 11.9 \frac{\pi (0.05)^2}{4} 31.36 = 0.7327 \frac{kg}{s}$$

La presión a la salida,  $p_2$  se calcula con la ecuación (1.44a):

$$\frac{p_2}{p_1} = Ma_1 \sqrt{k} \Rightarrow p_2 = p_1 Ma_1 \sqrt{k} = 10(0.0911) \sqrt{1.41} = 1.0817 \text{ bar}$$

**Conclusión:** efectivamente el caudal máximo que puede pasar por el caño de 200 m es  $\dot{M} = 0.7324 \frac{kg}{s}$ , menor al caudal requerido, siendo la presión máxima necesaria de descarga:  $p_2 = 1.0817 \text{ bar}$ . Si se intentara aumentar el caudal disminuyendo la presión de descarga, no ocurriría ningún cambio en la cañería.

**Ejemplo 1.9:**

¿Qué ocurriría si la cañería del ejemplo 1.7 se acortara a  $L = 100 \text{ m}$ ?

En este caso el flujo es subsónico, puesto que siendo el caño corto, la fricción es menor que en el ejemplo 1.7, y el caudal requerido puede fluir sin inconveniente con poca caída de presión, terminando con una velocidad final por debajo del valor crítico.

$$A = \frac{fL}{D_i} = 0.02 \frac{100}{0.05} = 40 < A^* = 65.66$$

Como en el ejemplo 1.6 se supone que a continuación del caño real se conecta un caño ficticio de longitud adecuada como para alcanzar la condición de flujo crítico. Del problema 7 se sabe que:  $A_1^* = 65.66$ , luego

$$A_2^* = A_1^* - A = 65.66 - 40 = 25.66$$

Resolviendo por prueba y error:

$$Y_{n+1} = A_2^* + \frac{1}{b} + \frac{b+1}{2b} \ln \frac{2b}{b+1} \left( Y_n + \frac{b-1}{2b} \right) = 25.66 + 1 + \ln(Y_n)$$

$$Y_0 \geq A_2^* + 1 = 25.66 + 1 = 26.66$$

Primera iteración:  $Y_1 = 29.94$

Segunda iteración:  $Y_2 = 30.059$

Tercera iteración:  $Y_3 = 30.063$

Cuarta iteración:  $Y_4 = 30.063 \Rightarrow \text{OK}$

$$Y = \frac{1}{kMa_2^2} \Rightarrow Ma_2 = \sqrt{\frac{1}{kY}} = \sqrt{\frac{1}{1.41(30.063)}} = 0.1536$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{Ma_1}{Ma_2} = 10 \frac{0.1}{0.1536} = 6.5107 \text{ bar}$$

**Conclusión:** una presión de 6.51 bar en la descarga permite circular el caudal requerido. Si se desea puede aumentarse el caudal disminuyendo esta presión.

**Corolario 2:** Si se impone el caudal, entonces:

|                    |               |              |                                 |
|--------------------|---------------|--------------|---------------------------------|
| Flujo subsónico    | $\Rightarrow$ | si $A < A^*$ | ( $p_2 =$ presión de descarga ) |
| Flujo crítico      | $\Rightarrow$ | si $A = A^*$ | ( $p_2 =$ presión de descarga ) |
| Flujo supercrítico | $\Rightarrow$ | si $A > A^*$ | ( $p_2 >$ presión de descarga ) |

## 6 Flujo bifásico líquido - gas

El flujo bifásico líquido-gas aparece en los procesos de cambio de fase (ebullición o condensación) y en ciertos conductos que normalmente conducen líquidos o gases solamente, pero en los que, debido a condiciones operativas, se generan flujos bifásicos. El estudio del flujo de dos fases, asociado con transferencia de calor, adquiere fundamental importancia en la generación de vapor en calderas acuotubulares, en especial en centrales nucleares. Lo mismo ocurre en condensadores tubulares de todo tipo. En los gasoductos, si bien están concebidos para transportar solamente gas, a bajas temperaturas suele acumularse líquido por condensación.

El flujo bifásico líquido-gas es un tema muy amplio y constituye en si mismo toda una especialidad en conexión con transferencia de calor. Es un tema muy complejo que, a pesar de los avances logrados en este tema, todavía no se tiene una comprensión cabal de los fenómenos y mecanismos involucrados. Aquí solamente abordaremos el cálculo simplificado de la caída de presión del flujo de dos fases líquido-gas, en un conducto de sección transversal uniforme.

### 6.1 Estructuras de flujo

El flujo bifásico líquido-gas en un conducto, puede adoptar varias configuraciones geométricas conocidas como estructuras de flujo o regímenes de flujo. Los parámetros físicos más importantes que determinan estos comportamientos son:

- Tensión superficial*, que tiende a mantener mojada la pared interna del conducto y producir pequeñas gotas de líquido en un gas o pequeñas burbujas esféricas de gas en un líquido.
- Gravedad*, que en conductos horizontales, tiende a acumular el líquido en la parte inferior.

En la literatura, la cantidad de estructuras de flujo y sus denominaciones son un tanto arbitrarias y varían según el autor. A continuación se describen las estructuras de flujo más importantes para conductos horizontales y verticales.

#### 6.1.1 Flujo horizontal

Las principales estructuras de flujo en un conducto horizontal se muestran en la Figura 1.5.

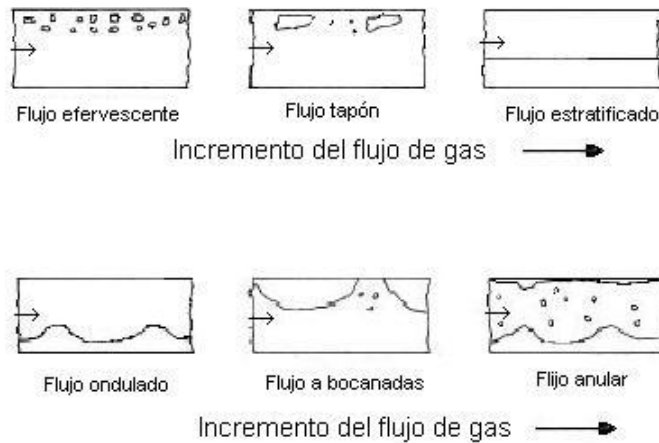


Figura 1.5. Estructuras de flujo en conductos horizontales

- 1) *Flujo efervescente* (bubbly flow): las burbujas de gas tienden a fluir en la parte superior del conducto.
- 2) *Flujo tapón* (plug flow): las burbujas pequeñas coalescen para formar tapones de gas.
- 3) *Flujo estratificado* (stratified flow): la interfase líquido-gas es suave. Este tipo de flujo usualmente no ocurre, puesto que la interfase tiende con facilidad a una estructura ondulada.
- 4) *Flujo ondulado* (wavy flow): la interfase líquido-gas forma olas de amplitud creciente a medida que aumenta la velocidad del gas.
- 5) *Flujo a bocanadas* (slug flow): las ondas alcanzan una amplitud tal que tocan la parte superior del conducto.
- 6) *Flujo anular* (annular flow): el gas fluye en el centro del conducto, mientras que el líquido tapiza la cara interior del caño, con mayor espesor en la parte inferior, por efecto de la gravedad.

Tomando coordenadas adecuadas, las distintas estructuras de flujo pueden ubicarse en un plano, conocido como: mapa de estructuras de flujo. Para flujo bifásico horizontal es clásico el mapa de Baker (1954), modificado posteriormente por Scott (1963). Ver Figura 1.6.

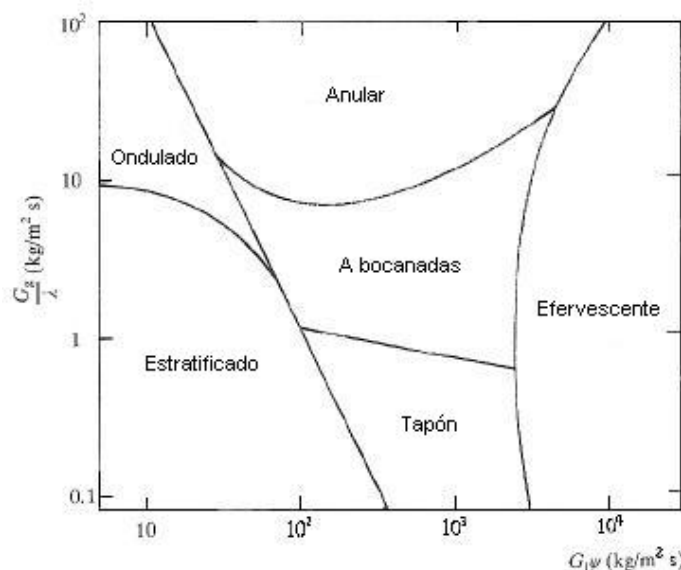


Figura 1.6. Mapa de Baker para flujo bifásico horizontal

Los ejes se definen de la siguiente manera:

$$\text{Abscisa: } G_l \psi \quad (\text{kg/m}^2 \text{ s})$$

$$\text{Ordenada } \frac{G_g}{\lambda} \quad (\text{g/m}^2 \text{ s})$$

Donde:

$$G_g = \text{flujo másico específico del gas} = \frac{\text{flujo másico de la fracción de gas}}{\text{sección transversal del caño}} \quad (\text{kg/m}^2 \text{ s})$$

$$G_l = \text{flujo másico específico del líquido} = \frac{\text{flujo másico de la fracción de líquido}}{\text{sección transversal del caño}} \quad (\text{kg/m}^2 \text{ s})$$

$$\lambda = \left( \frac{\rho_g}{\rho_{\text{aire}}} \frac{\rho_l}{\rho_{\text{agua}}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\psi = \frac{\sigma_{\text{agua}}}{\sigma} \left[ \frac{\mu_l}{\mu_{\text{agua}}} \left( \frac{\rho_{\text{agua}}}{\rho_l} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}}$$

$\rho$  densidad ( $\text{kg/m}^3$ )

$\mu$  viscosidad ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ )

$\sigma$  tensión superficial ( $\text{N/m}$ )

Subíndices:  $l$  fase líquida

$g$  fase gas

$$\rho_{\text{agua}} = 1000 \quad (\text{kg/m}^3)$$

$$\rho_{\text{aire}} = 1.23 \quad (\text{kg/m}^3)$$

$$\sigma_{\text{agua}} = 0.072 \quad (\text{N/m})$$

$$\mu_{\text{agua}} = 10^{-3} \quad (\text{Pa}\cdot\text{s})$$

Las regiones del mapa de la Figura 1.6, sólo son indicativas; y en la práctica, los límites entre regiones no son tan netos, sino, más bien, graduales.

### 6.1.2 Flujo vertical

Las estructuras de flujo vertical clásicas se muestran en la Figura 1.7.

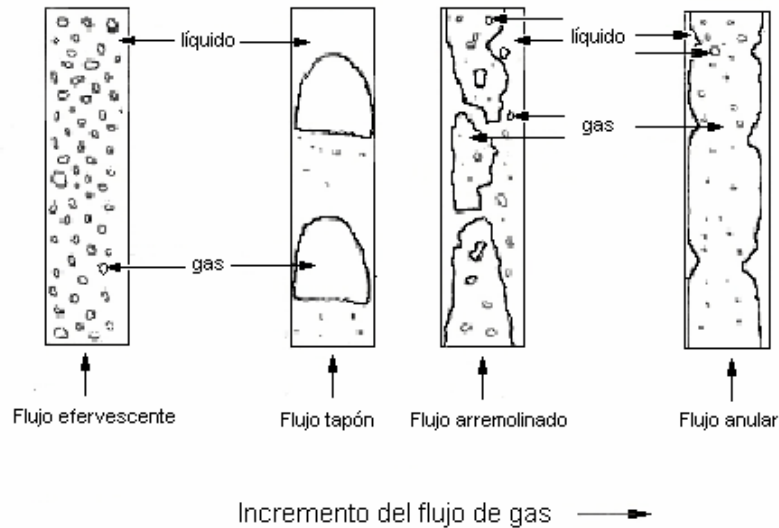


Figura 1.7. Estructuras de flujo en conductos verticales

- 1) *Flujo efervescente* (bubble flow): las burbujas de gas (o vapor) son de tamaño uniforme.
- 2) *Flujo tapón* (plug flow): la mayor parte del gas fluye en forma de burbujas de gas grandes con forma de bala. También hay burbujas pequeñas distribuidas en la fase líquida.
- 3) *Flujo arremolinado* (churn flow): el flujo es altamente inestable y oscilante: el líquido cerca de la pared interior del tubo es pulsante hacia arriba y hacia abajo.
- 4) *Flujo anular* (annular flow): el líquido fluye parcialmente en un film anular adosado a la pared interior del tubo, y el resto en forma de pequeñas gotas distribuidas en el núcleo de gas.

Las estructuras de flujo bifásico vertical también pueden ubicarse en un mapa adecuado. Hewitt y Roberts (1969) presentan un mapa para flujo vertical ascendente (Figura 1.8). Este mapa arroja resultados satisfactorios para los sistemas agua-aire y agua-vapor para diferentes presiones, pero en tubos de diámetro reducido.

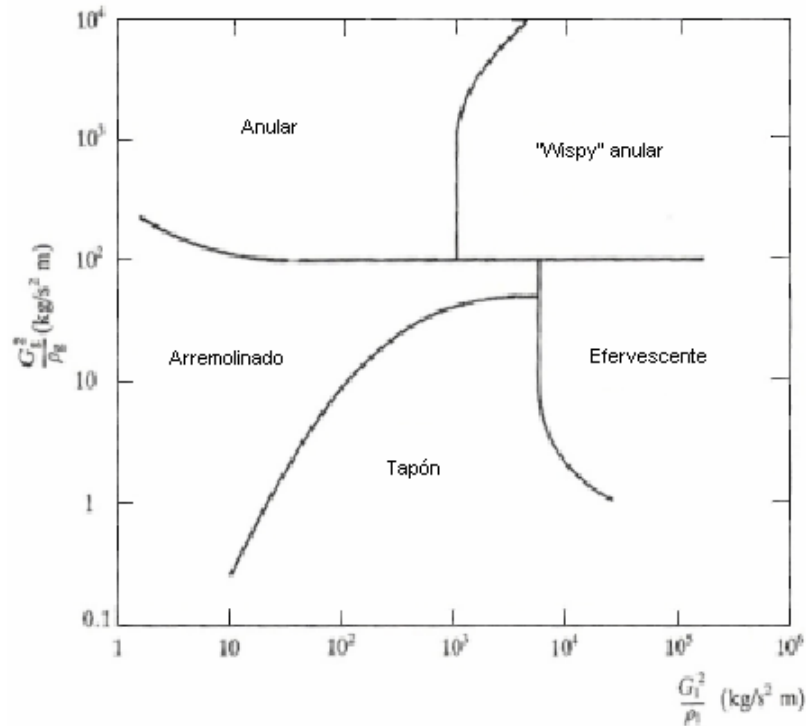


Figura 1.8. Mapa de Hewitt y Roberts para flujo bifásico vertical ascendente  
 Las coordenadas se definen como flujos de cantidad de movimiento o momentum:

Abscisas  $\frac{G_l^2}{\rho_l}$  (kg/s<sup>2</sup>m)  
 Ordenadas  $\frac{G_g^2}{\rho_g}$  (kg/s<sup>2</sup>m)

## 6.2 Balance de energía mecánica de flujos bifásicos

Para el flujo de dos fases, el balance de energía mecánica planteado para flujo de una sola fase, debe cumplirse en forma global. Es así que el balance en términos de caída de presión (ecuación (1.9)) se puede aplicar con todo rigor:

$$-\Delta p_{total} = \Delta p_{fricción} + \Delta p_{aceleración} + \Delta p_{gravitacional} \tag{1.50}$$

Dada la complejidad del flujo bifásico, el cálculo de cada uno de los términos de la ecuación (1.50) depende del modelo utilizado para describir e interpretar el sistema. Como ya se ha adelantado, aún no se ha logrado desarrollar un modelo que describa completamente el comportamiento de flujo bifásico. Es por ello que hay numerosas formas de atacar el problema, cada una de ellas con cierto éxito en un determinado rango de condiciones operativas. Sería imposible y poco práctico tratar aquí todos los modelos existentes. En su lugar abordaremos el problema empleando dos modelos diferentes, tratando de congeniar esfuerzo de cálculo y calidad de resultados obtenidos.

### 6.2.1 Modelo de flujo homogéneo

El modelo de flujo homogéneo es una extensión directa e inmediata del flujo de una sola fase. En este modelo el flujo bifásico es considerado como el de un fluido de una sola fase con propiedades intermedias (homogéneas) entre las del líquido y del gas

(o vapor). En este tipo de flujo, la interacción entre las fases líquido y gas es total, y por lo tanto circulan a la misma velocidad. Las tres componentes de la caída de presión (ecuación (1.50)) se calculan de forma usual utilizando las propiedades homogéneas.

En la práctica, el flujo bifásico homogéneo solamente se observa bajo determinadas circunstancias. El cálculo del  $\Delta p_{fricción}$  (que por lo general es el término dominante de la ecuación 1.50) es considerado satisfactorio si se emplea el modelo homogéneo, cuando  $\rho_l/\rho_g < 10$ , o si  $G > 2000$  kg/m<sup>2</sup>s. Para una mezcla de agua y vapor la relación requerida de densidades se alcanza para  $p > 120$  bar.

Pero para la aplicación del modelo homogéneo surgen dos interrogantes que deben ser solucionados de antemano:

- 1) ¿Cuál es la densidad homogénea apropiada ( $\rho_h$ )?
- 2) ¿Cuál es la viscosidad homogénea apropiada ( $\mu_h$ )?

La densidad homogénea puede calcularse a partir de las densidades de cada una de las fases:

$$\frac{1}{\rho_h} = \frac{x}{\rho_g} + \frac{1-x}{\rho_l} \quad (1.51)$$

Donde:

$x$  es la fracción en masa de la fase gas (o vapor).

El problema del cálculo de la viscosidad homogénea es tema de discusión. Las sugerencias que proporcionan resultados razonables son las informadas por Isbin et. al. (1958), Dukler et. al. (1964), y Beattie et. al. (1981). La ecuación de Isbin es:

$$\frac{1}{\mu_h} = \frac{x}{\mu_g} + \frac{1-x}{\mu_l} \quad (1.52)$$

Esta ecuación tiene la atracción obvia de la directa analogía con la ecuación (1.51).

## 6.2.2 Flujo segregado

En los modelos de flujo segregado, ambas fases ejercen poca interacción entre sí y por lo tanto fluyen a diferentes velocidades (la fase gas / vapor más rápida que la fase líquida). Hay un deslizamiento relativo entre las fases que puede ser cuantificado indirectamente por el parámetro: **fracción hueca** ( $\varepsilon_g$ ). La fracción hueca se define como la fracción en volumen ocupada por la fase gas.

Aplicando el balance de energía a ambas fases se obtienen las siguientes conclusiones (Whalley, 1996):

- 1) Como en el caso de flujo homogéneo, la caída de presión total se divide en tres componentes: fricción, gravitacional, y aceleración.
- 2) Los términos gravitacional y aceleración requieren el conocimiento del valor de la fracción hueca ( $\varepsilon_g$ )
- 3) Hasta el momento, la teoría no ha podido encontrar una solución satisfactoria para el término de fricción. A menudo este es el término de mayor peso.

### Componente de aceleración

La componente de la caída de presión por aceleración de la ecuación (1.50), se calcula como:

$$\Delta p_{aceleracion} = m^2 (\psi_{salida} - \psi_{entrada}) \quad (1.53)$$

Donde:

$$\psi = \left[ \frac{x_g^2}{\varepsilon_g \rho_g} + \frac{(1-x_g)^2}{\rho_l (1-\varepsilon_g)} \right] \quad (1.54)$$

$\varepsilon_g$ : fracción hueca del flujo bifásico. Es la fracción en volumen ocupada por la fase gas/vapor.

El término de aceleración es nulo si el flujo bifásico no experimenta cambio en la proporción gas / líquido a lo largo del caño; en otras palabras si no hay cambio de fase. Normalmente esto ocurre en sistemas bifásicos adiabáticos. Si se experimenta una vaporización entonces el término es positivo (se requiere energía extra para acelerar el vapor producido, que debe circular a mayor velocidad por disminución de la densidad). Lo contrario ocurre si el proceso comprende una condensación.

La fracción hueca ( $\varepsilon_g$ ) es un parámetro que debe ser determinado experimentalmente. Una forma de conocer su valor es aplicando el método de Lockhart y Martinelli (1949), como se indica más adelante.

### Componente gravitacional

Aplicando el balance de energía mecánica al flujo bifásico segregado, la componente gravitacional resulta:

$$\begin{aligned} \Delta p_{gravitacional} &= \int_0^L g_n \operatorname{sen}\theta (\varepsilon_g \rho_g + (1-\varepsilon_g) \rho_l) dz = \\ &= g_n L \operatorname{sen}\theta (\bar{\varepsilon}_g \bar{\rho}_g + (1-\bar{\varepsilon}_g) \bar{\rho}_l) \end{aligned} \quad (1.55)$$

Donde:

- $\theta$  ángulo entre la dirección del flujo y la horizontal.
- $\bar{\varepsilon}_g$  valor medio de la fracción hueca entre la entrada y la salida del caño (-).
- $\bar{\rho}_g \bar{\rho}_l$  densidades medias de gas y líquido respectivamente.

El signo de la componente gravitacional depende del ángulo  $\theta$ . Para conductos horizontales:  $\theta = 0^\circ$ , por lo tanto:  $\operatorname{seno}\theta = 0$ , y la componente gravitacional es nula. Si el flujo es vertical ascendente:  $\theta = +90^\circ$ , luego  $\operatorname{seno}+90^\circ = +1$ , entonces la componente gravitacional es positiva. Si el flujo es vertical descendente:  $\theta = -90^\circ$  y la componente gravitacional termina siendo negativa.

### Componente de fricción

Por último resta considerar el término de  $\Delta p_{fricción}$  de la ecuación (1.50). Este término usualmente es el dominante, y el más difícil de calcular. Existen numerosas correlaciones que pueden emplearse. Aquí proponemos la correlación empírica de Lockhart y Martinelli (1949). Según los autores, la componente de fricción puede calcularse mediante las siguientes ecuaciones alternativas:

$$\Delta p_{friccion} = \Delta p_l \Phi_l^2 = \left[ f_l \frac{L \dot{m}^2 (1-x_g)}{D 2\rho_l} \right] \Phi_l^2 \quad (1.56)$$

$$\Delta p_{fricción} = \Delta p_g \Phi_g^2 = \left[ f_g \frac{L \dot{m}^2 x_g}{D 2 \rho_g} \right] \Phi_g^2 \quad (1.57)$$

Donde:

- $\Delta p_l$  : caída de presión por fricción de la fracción líquida fluyendo sola por el conducto.
- $\Delta p_g$  : caída de presión por fricción de la fracción gaseosa fluyendo sola por el conducto.
- $f_l$  : factor de fricción calculado como si sólo la fracción de líquido circulara por el conducto, ocupando toda la sección transversal.
- $f_g$  : factor de fricción calculado como si sólo el caudal de gas/vapor circulara por el conducto, ocupando toda la sección transversal.
- $\Phi_l \Phi_g$  : multiplicadores de las fases líquido y gas, respectivamente.

Se puede emplear cualquiera de las dos ecuaciones para calcular  $\Delta p_{fricción}$ . Los multiplicadores  $\Phi_l$  y  $\Phi_g$  se definen entonces como:

$$\Phi_l = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{tp} / \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_l} = \sqrt{\frac{\Delta p_{tp}}{\Delta p_l}} \quad (1.58)$$

$$\Phi_g = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_{tp} / \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g} = \sqrt{\frac{\Delta p_{tp}}{\Delta p_g}} \quad (1.59)$$

Donde los subíndices tienen los siguientes significados:

- $l$  : fase líquida
- $g$  : fase gas (vapor)
- $tp$  : bifásico

El problema del cálculo de  $\Delta p_{fricción}$  se centra ahora en conocer los valores de los multiplicadores, que fueron obtenidos experimentalmente por los autores y se presentan en forma gráfica como se muestra en la Figura A1.3 del Apéndice. La abscisa de la Figura es el parámetro  $X$  (parámetro de Martinelli), que se define como:

$$X = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_l / \left(\frac{\Delta p}{\Delta L}\right)_g} = \sqrt{\frac{\Delta p_l}{\Delta p_g}} \quad (1.60)$$

La figura consta de dos grupos de cuatro curvas cada una. Cada grupo está dedicado al cálculo de cada uno de los dos multiplicadores ( $\Phi_l$  o  $\Phi_g$ ). Las cuatro curvas que componen cada grupo, corresponden a las cuatro combinaciones posibles del grado de turbulencia de cada una de las fases, fluyendo en forma independiente y ocupando toda la sección transversal del conducto. Las cuatro combinaciones son las que se indican en la Tabla 1.9

Tabla 1.9. Cuatro combinaciones de flujo

| Líquido    | Gas        | Indicación en la Figura A1.3 | C  |
|------------|------------|------------------------------|----|
| turbulento | turbulento | tt                           | 20 |
| laminar    | turbulento | vt                           | 12 |
| turbulento | laminar    | tv                           | 10 |

|         |         |    |   |
|---------|---------|----|---|
| laminar | laminar | vv | 5 |
|---------|---------|----|---|

Chisholm (1967), ha demostrado que las curvas experimentales de Lockhart y Martinelli pueden representarse por las siguientes expresiones:

$$\Phi_l^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \tag{1.61}$$

$$\Phi_g^2 = 1 + CX + X^2 \tag{1.62}$$

donde:

$C$  : constante tabulada en la Tabla 1.9

**Fracción hueca ( $\epsilon_g$ )**

La fracción hueca también fue determinada por Lockhart y Martinelli (1949) y presentada en forma gráfica por medio de la Figura A1.4. En esta Figura, una sola curva abarca todas las combinaciones de flujo de las fases individuales. La fracción hueca, también puede calcularse mediante la siguiente ecuación:

$$\epsilon_g = 1 - \frac{1}{\Phi_{l(tt)}} \tag{1.63}$$

Donde :

$\Phi_{l(tt)}$  : multiplicador de la fase líquida correspondiente a la combinación turbulento-turbulento.

**7 Métodos simplificados de análisis de flexibilidad en cañerías**

Las cañerías están sujetas a tensiones mecánicas, lo cual requiere un cuidadoso análisis para evitar su deformación o rotura, con el consiguiente peligro de escape o derrame. Las causas principales de tensión en cañería son:

- 1) Presión interna o externa.
- 2) Cargas mecánicas externas estáticas, producida por: el peso del propio caño, el fluido contenido, aislaciones térmicas, válvula, accesorios y equipamiento vinculado.
- 3) Cargas mecánicas externas dinámicas, tale como, viento y terremotos.
- 4) Expansión o contracción térmica por cambio de temperatura del fluido.
- 5) Expansión o contracción mecánica por desplazamiento de los extremos de la cañería, producido por otros tramos de cañería y/o movimientos de equipos conectados a ellos.

Las tensiones producidas por las presiones internas o externas se resuelven adoptando un adecuado espesor de pared de cañería. Los problemas por cargas mecánicas (estáticas o dinámicas) son considerados en el diseño de la soportería de las cañerías. Resolver las causas 4) y 5) a veces requiere un análisis mecánico muy complejo denominado análisis de tensiones (“stress análisis”). Las cañerías deben ser suficientemente flexibles para soportar deformaciones sin que las tensiones en los puntos clave sobrepasen los valores admisibles.

Afortunadamente el uso extendido de codos o curvas a 90° para los cambios de dirección, hace que la mayoría de las cañerías de proceso sean inherentemente flexibles como para soportan cambios térmicos impuestos por el proceso, su puesta en marcha o parada.

No obstante los casos comprometidos deben ser sometidos al análisis riguroso al que nos hemos referido más arriba.

La deformación térmica de una cañería no necesariamente afecta a la propia cañería, sino que origina fuerzas y momentos en los extremos que deben ser contrarrestados por los equipos conectados a ellos. Como producto de estas tensiones pueden producirse fallas en esos equipos y/o pérdidas en sus conexiones, sobre todo si son rotantes o alternativos (bombas, compresores, etc.).

El análisis riguroso de tensiones debe ser realizado por expertos utilizando avanzados programas de computadora disponibles hoy día en el circuito comercial. Someter todas las cañerías de una planta a este análisis sería intolerablemente costoso, por lo tanto solamente deben recibir especial cuidado en el diseño, las cañerías en las siguientes situaciones:

- Cañerías de trazado inusuales, en donde los métodos aproximados arrojen resultados inciertos.
- Cañerías peligrosas a alta temperatura o presión.
- Cañerías con configuraciones rígidas, de acuerdo al código de cañerías utilizado en el diseño.

Una buena cantidad de líneas quedan en manos del proyectista, quien, sin ser experto en análisis de tensiones, debe tener los conocimientos básicos de la flexibilidad de cañerías y aplicarlos eficientemente. Cada vez que una cañería cambia de dirección y ese punto se deja en libertad para que se mueva, todo el sistema se vuelve más flexible. En la Figura 1.9 se muestran distintas maneras posibles de vincular dos puntos rígidos. La flexibilidad se aumenta de izquierda a derecha debido al incremento del número de curvas. Si las curvas se encuentran en distinto plano, la flexibilidad es aún mayor.

Afortunadamente el proyectista tiene a disposición varios métodos para la verificación de flexibilidad de cañerías, sin llegar a recurrir a un análisis riguroso. Solamente consideraremos aquí algunos métodos aproximados de utilidad práctica.

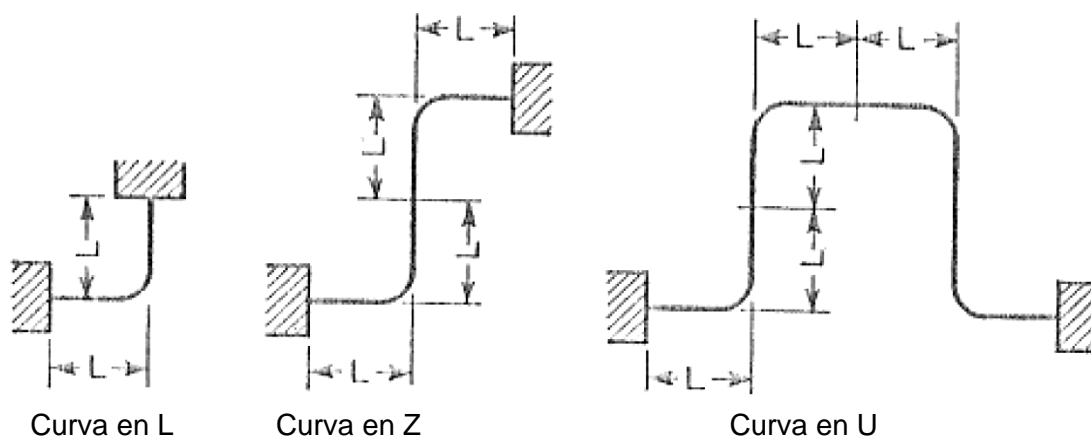


Figura 1.9. Esquemas comunes de cañerías flexibles

## 7.1 Verificación de Flexibilidad

La norma ASA B31.1 (1955) establece un criterio empírico muy utilizado para verificar si una determinada cañería de diámetro uniforme, anclada en dos extremos, necesita o no un análisis riguroso. La regla establece que la cañería requiere un análisis riguroso (o alteración de su trazado), si no se satisface el siguiente criterio:

$$\frac{D_n Y}{U^2 (R-1)^2} \leq 0.03 \quad (1.64)$$

Donde:

$D_n$  : diámetro nominal (pulgadas)

$Y$  : desplazamiento relativo de los extremos de la cañería, como resultante de la expansión térmica hipotética y/o movimiento de los anclajes.(pulgadas)

$U$  : distancia en línea recta entre los extremos. (pies)

$R = \frac{L}{U}$  : razón entre las longitud real de la cañería y  $U$ . (-)

La expansión térmica lineal de una cañería se puede calcular con la ayuda de la Figura A1.5 del Apéndice, para diferentes aleaciones. La figura indica la expansión lineal en pulgadas para cada 100 pies de longitud de cañería en función de la temperatura.

**Ejemplo 1.10:**

Para aclarar estas definiciones, consideremos como ejemplo el caso de la Figura 1.10.

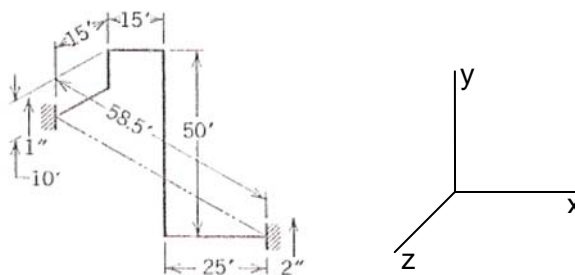


Figura 1.10. Ejemplo de verificación de flexibilidad

Se trata de una cañería  $D_n = 2''$ , de acero al carbono, desarrollada en el espacio y anclada en sus extremos. Esos puntos no son fijos, sino que sufren desplazamientos externos verticales (eje  $y$ ) ascendentes diferentes:  $+1''$  para el extremo de la izquierda y  $+2''$  para el de la derecha. La cañería montada a temperatura ambiente ( $70\text{ }^\circ\text{F}$ ), debe operar a  $650\text{ }^\circ\text{F}$ .

Los incrementos de distancia según los ejes coordenados son:

$$\Delta x = 15 + 25 = 40'$$

$$\Delta y = 50 - 10 = 40'$$

$$\Delta z = 15'$$

La distancia en línea recta entre los dos anclajes se calcula fácilmente como:

$$U = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{(40)^2 + (40)^2 + (15)^2} = 58.5'$$

La longitud total de la cañería es:

$$L = 15 + 10 + 15 + 50 + 25 = 115'$$

La expansión térmica lineal para acero al carbono a  $650\text{ }^\circ\text{F}$  es: 5.2 pulgadas / 100 pies lineales (Figura A1.5, curva 1). Para el cálculo del desplazamiento relativo entre los extremos de la cañería debe combinarse la expansión térmica y los movimientos relativos en los tres ejes coordenados y luego componerlos por Pitágoras:

Dirección  $x \quad 40 \frac{5.2}{100} = 2.08''$

Dirección y:  $40 \frac{5.2}{100} + 2 - 1 = 3.08''$  (expansión térmica + desplazamiento relativo de los extremos).

Dirección z:  $15 \frac{5.2}{100} = 0.78''$

Componiendo los tres desplazamientos relativos:

$$Y = \sqrt{(2.08)^2 + (3.08)^2 + (0.78)^2} = 3.8''$$

Aplicando la ecuación (1.64):

$$\frac{D_n Y}{U^2 \left( \frac{L}{U} - 1 \right)^2} = \frac{10(3.8)}{(58.5)^2 \left( \frac{115}{58.5} - 1 \right)^2} = 0.0119$$

Este resultado es menor que 0.03, valor exigido por el criterio de flexibilidad, y por lo tanto la cañería es flexible y no requiere un análisis riguroso.

## 7.2 Métodos simplificados de análisis de flexibilidad en cañerías.

Kellog Co. (1956) presenta un método gráfico para resolver cuatro casos simples de flexibilidad de cañerías, que se presentan a menudo en la práctica (ver Figura 1.11). Este método gráfico permite determinar la proporcionalidad de los segmentos de caños (miembros) para obtener sistemas flexibles. Se limita solamente a los cuatro casos de la figura, y aunque con buen juicio puede extenderse a sistemas más complejos, no es aconsejable hacerlo.

Los gráficos se encuentran en el Apéndice, Figuras A1.6 a A1.13. Para cada caso hay dos gráficos: el primero se utiliza para calcular la longitud requerida de uno de los miembros, para un determinado rango de tensiones (Figuras A1.6/8/10/12); el segundo permite calcular las fuerzas y momentos que la cañería ejerce sobre los anclajes (Figuras A1.7/9/11/13).

Todos los gráficos están basados en soluciones rigurosas y solamente para cañerías con módulo de elasticidad  $29 \times 10^6$  psi. Los gráficos requieren como dato el momento de inercia del caño y rango de tensiones  $S_A$ .

El momento de inercia es una propiedad mecánica de la sección transversal del caño<sup>5</sup>. Es función de su diámetro y cédula (espesor de la pared), y tiene como dimensión (longitud)<sup>4</sup>. Los valores del momento de inercia se encuentran tabulados en pulg<sup>4</sup> en la Tabla A1.1 del Apéndice.

Por otra parte el rango de tensiones se define como:

$$S_A (\text{psi}) = 1.25S_c + 0.25S_h \quad (1.65)$$

donde:

$S_c$  : tensión admisible del material a la mínima temperatura de operación (psi).

Usualmente es la temperatura ambiente (70 °F)

$S_h$  : tensión admisible del material a la máxima temperatura de operación (psi)

<sup>5</sup> Para mayor información consultar un texto de mecánica; ej.: Seely, F. B., "Resistencia de Materiales", Uthea, 1963.

El rango de tensiones tiene en cuenta la fatiga del material de la cañería sujeta a sucesivos ciclos de calentamiento y enfriamiento (arranque y parada del proceso). Los gráficos contienen las ecuaciones necesarias para resolver cada caso

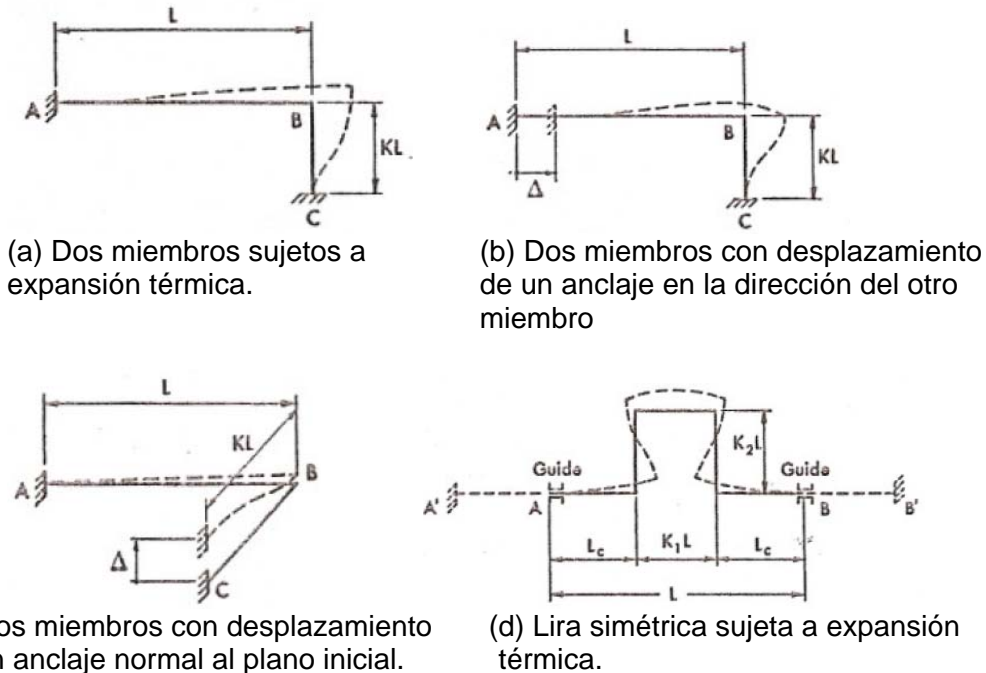


Figura 1.11. Cuatro casos de solución gráfica de flexibilidad de cañerías (método gráfico de Kellogg Co.)

**Ejemplo 1.11**

Consideremos un sistema formado por dos miembros en ángulo recto de caño de 4" (Sch 40), como el de la Figura 1.11(a). Debe operar con aceite a 530 °F, la rama AB tiene 10' de longitud y el material es 40 ASTM A-53, Grado A (acero al carbono). Calcular:

- c) la longitud requerida BC, para que el sistema sea considerado flexible.
- d) Las fuerzas y momentos que la cañería ejerce sobre los anclajes.

Solución

a) De acuerdo con la Figura A1.5, curva 1, la expansión térmica unitaria lineal del acero al carbono es:

$$e = \frac{4 \text{ pulgadas}}{100 \text{ pies}} = 0,040 \text{ pulgadas/pie}$$

Se supone que la cañería fue montada a temperatura ambiente (70 °F), pero debe operar 530 °F. Esta cañería en los sucesivos arranques y paradas debe soportar deformaciones térmicas cíclicas entre estas temperaturas extremas. Puede considerarse que la fatiga resultante se tiene en cuenta considerando un rango de tensiones admisible  $S_A = 23220 \text{ psi}$ .

Luego, de la Figura A1.6, para un caño de 4", y:

$$\frac{LS_A}{10^7 e} = \frac{10(23220)}{10^7(0.040)} = 0.581$$

se obtiene:  $K = 0.59$ . Entonces para que el sistema sea flexible, el miembro BC tiene que tener al menos una longitud:  $KL = 0.59(10) = 5.9'$

b) Para calcular las fuerzas y momentos producidos por la cañería sobre los anclajes, se recurre a la Figura A1.7 del Apéndice. Para  $K = 0.59$ , se lee:

$$A_1 = 0.600$$

$$A_2 = 0.245$$

$$A_3 = 0.102$$

$$A_4 = 0.212$$

El momento de inercia de un caño de 4" Sch 40, es: 7.23 pulg<sup>4</sup> (Tabla A1.1 del Apéndice), luego:

$$\frac{Ie}{L^2} = \frac{7.23(0.40)}{(10)^2} = 0.00289$$

$$\frac{Ie}{L} = \frac{7.23(0.40)}{10} = 0.0289$$

Por lo tanto, de acuerdo a las ecuaciones de la Figura A1.6:

$$F_{xA} = -F_{xC} = -10^6(A_1)\frac{Ie}{L^2} = -10^6(0.6)(0.00289) = -1730 \text{ lb}$$

$$F_{yA} = -F_{yC} = -10^6(A_2)\frac{Ie}{L^2} = -10^6(0.245)(0.00289) = +710 \text{ lb}$$

$$M_{zA} = +10^6(A_3)\frac{Ie}{L} = +10^6(0.102)(0.0289) = +2940 \text{ lb-pie}$$

$$F_{zC} = -10^6(A_4)\frac{Ie}{L} = -10^6(0.212)(0.0289) = -6120 \text{ lb-pie}$$

Estos resultados se interpretan de la siguiente forma. El extremo A de la cañería ejerce una fuerza de -1730 lb hacia la izquierda (signo negativo) sobre el anclaje. El extremo C ejerce la misma fuerza sobre su anclaje, pero hacia la derecha (+1730 lb).

El empotramiento A también recibe un momento con respecto del eje z, de +2940 lb-pie en sentido antihorario (signo positivo), mientras que el empotramiento en C el momento es -6120 lb-pie en sentido horario (signo negativo).

Conocer las fuerzas y momentos que la cañería ejerce sobre sus empotramientos permite saber los esfuerzos a los que estarán sometidos las piezas que representan esos empotramientos: puntos fijos, otros tramos de cañería o equipos (recipientes, bombas, etc.)

Para los otros tres casos considerados en este método gráfico, se debe proceder de igual manera, con las salvedades propias, siempre claramente explicitadas en cada una de las figuras.

## 8 Bibliografía

- AIChE Center for Chemical Process Safety, "Guidelines for Pressure Relief and Effluent Handling Systems", New York, 1998, pp 256 – 268.
- Badger y Banchero, "Introducción a la Ingeniería Química", Capítulo 2, McGraw Hill de México, 1964.
- Baker, O. "Simultaneous Flow of Oil and Gas", Oil Gas J., vol. 53 (1954), p. 185.
- Beattie, D.R.H. and Whalley, P. B. "A Simple Two-Phase Frictional Pressure Drop Calculation Method", Int. J. Multiphase Flow, vol. 8, 1981, p. 83-7.
- Branan, C. R. Ed. "Rules of Thumb for Chemical Engineers", Gulf Publishing Company, 1994.
- Chisholm, D. "A theoretical Basis for the Lockhart-Martinelli Correlation for Two Phase Flow". Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 10, 197, p. 1767-78.
- Churchill, S.W., "Friction -factor equation spans all fluids-flow regimes", Chem. Eng. Nov. 7, 1977.
- Coker, A. K., "Program Evaluates Pressure Drop for Single Phase Fluid", Hyd. Proc., February 1991, p. 53
- Coulson, J.M. & Richardson, J F., 1983, Chemical Engineering, vol.6, Pergamon Press.
- Crane Co, "Flow of fluids through valves, fittings and pipe", Crane Technical Paper N° 410M, London, 1977.
- Darby, R. "Correlate Pressure Drops Through Fittings", Chem. Eng., July 1999. p. 101 - 104.
- Duckler, A. E., Wicks, M., and Cleveland, R.G. "Frictional Pressure Drops in Two-Phase Flow", AIChE J. vol. 10, 1964, p. 44.
- Farina, I. H., "Critical Length Helps Calculate Compressible Flow", Chem. Eng. February 1997, pp. 88 – 92.
- Franzini, J. B. y Finnemore, E. J. "Mecánica de Fluidos con Aplicaciones en Ingeniería", McGraw-Hill, 1999.
- Hewitt, G. F. and Roberts, D. N., "Studies of Two Phase Flow Patterns by Simultaneous Flash and X-Ray Photography. AERE-M2159, 1969.
- Hooper, W. B. , "The two-K method predicts", Chem. Eng. , August 24, 1981, pp 96-100.
- Hooper, W. B., "Calculate Head Loss Caused by Change in Pipe Size", Chem. Eng., Noviembre 7, 1988, p. 89 - 92.
- Isbin, H. S., Moen, R. H., Wickley, R. O., Mosher, D. R., and Larson, H.C., "Two Phase Steam-Water Pressure Drops", Nucl. Sci. and Eng. Conf. Chicago, 1958.

- Kellogs Co., “Design of Piping System”, John Wiley & Sons, 1956.
- Lockhart, R.W. & Martinelli, R.C., “Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Component Flow in Pipes”. Chem. Eng. Prog., vol. 45, N°1, 1949, pp 39-48.
- Ludwig, E., “Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants” , vol. 1,2 y 3 Gulf Publishing, 1964, 1965.
- Rase, H. F., “Piping Design for Process Plants”, John Wiley & Sons. 1963.
- Scott, D. S. “Properties of Co-Current Gas-Liquid Flow”, Advances in Chemical Engineering, vol. 4, 1963, p.30-42.
- Seely, F. B., “ Resistencia de Materiales”, Uthea, 1963
- Whalley, P. B., “Two-Phase and Heat Transfer”,Oxford Universit Press, 1996
- White, F. M., “Fluid Mechanics”, Mac Graw-Hill, 1979.

## 9 Problemas

**Problema 1.1.** Se desea bombear 4.5 tn/h de ácido sulfúrico concentrado (98%) a través de un caño de 25 mm de diámetro y 30 m de longitud, hacia un tanque que se encuentra 12 m más elevado. Calcular la caída de presión en la línea.

Viscosidad: 25 mNs/m<sup>2</sup>

Densidad: 1849 kg/m<sup>3</sup>

**Problema 1.2.** Calcular la velocidad máxima a la que puede circular el agua que fluye por un caño de 50 mm de diámetro y 100 m de longitud, si la caída de presión no debe exceder los 50 kN/m<sup>2</sup>.

Viscosidad: 1 cp

$\varepsilon$ : 0.013 mm

**Problema 1.3.** Un derivado del petróleo de viscosidad 0.5 nNs/m<sup>2</sup> y densidad relativa 0.7, es bombeado a través de un caño de 0.15 m de diámetro hacia un tanque de almacenamiento que se encuentra a 100 m. La caída de presión es de 70 kN/m<sup>2</sup>. La cañería debe ser reparada y es necesario bombear el líquido por un conducto alternativo que consiste en 70 m de caño de 200 mm, seguido de 50 m de 100 mm. Si la bomba existente es capaz de elevar la presión en 300 kN/m<sup>2</sup>, será posible utilizar el camino alternativo? ( $\varepsilon = 0.005$  mm).

**Problema 1.4.** Para una isometría compuesta por 6 curvas a 90 grados, 1 te y una válvula exclusiva, calcular la caída de presión por el método K (coeficiente de resistencia).

### DATOS

|                    |                  |
|--------------------|------------------|
| Caudal:            | 10000 lb/h       |
| Densidad Relativa: | 0.87             |
| Viscosidad:        | 2.00 cp          |
| Diámetro:          | 3 pulg           |
| Longitud:          | 200 m            |
| Material:          | Acero al carbono |

**Problema 1.5.** En una línea de vacío de 150 mm, que conduce aire a 295 °C se produce una caída de presión desde 1.3 a 0.13 kN/m<sup>2</sup>. Si la longitud de la línea es de 20 m y e/D es igual a 0.002, cual será el caudal de aire que circula?

Viscosidad: 0.018 mNs/m<sup>2</sup>

**Problema 1.6.** A través de una caño de 50 mm de diámetro y 300 m de longitud, fluye aire a 30 kg/m<sup>2</sup> s. Si la P<sub>1</sub> es 800 kN/m<sup>2</sup>, calcular P<sub>2</sub> considerando flujo en condiciones isotérmicas (273 °C)

Viscosidad: 0.015 cp

**Problema 1.7.** Un caudal de 50 m<sup>3</sup>/s de metano, medidos a 288 °C y 101.3 kN/m<sup>2</sup>, es transportado por una cañería de 0.6 m de diámetro y 3 km de longitud, uniendo un compresor con una unidad de proceso. El metano debe llegar a la planta a 288 °K y 170 kN/m<sup>2</sup>, dejado el compresor a 297 °K. ¿Cuál debe ser la presión a la salida del compresor para transportar este caudal?

Viscosidad: 0.015 cp

**Problema 1.8.** Si la caída de presión de una línea de aire es de 5 psi, para una condición inicial de 100 psig y 90 °F, calcular el caudal que circula en scfm.

Diámetro: 4 pulg  
Longitud : 100 pies

**Problema 1.9.** Nitrógeno a 12 MN/m<sup>2</sup> y 0.40 kg/s es alimentado, a través de un caño de 25 mm de diámetro, a una planta de amoníaco. ¿Cuál será la caída de presión en 30 m de longitud, si se asumen condiciones isotérmicas de 300 °K y cual será la caída de presión si se asumen condiciones adiabáticas?

Viscosidad: 0.02 mN / m s

**Problema 1.10.** Calcular el máximo caudal de vapor que puede conducir una cañería de 2 pulg de diámetro Sch 40 (ID = 2.067 pulg), de 30 pies de longitud (Longitud equivalente de 107.3 ft) que se utiliza como venteo de caldera (presión de caldera: 170 psia).

**Problema 1.11.** Calcule la caída de presión de una línea de 4.026 pulg de diámetro por la que circula una mezcla de aire y agua. Se ha obtenido experimentalmente una caída de presión de 4.34 psi cada 100 pies. ¿Cuál es el error porcentual referido al valor experimental?.

|                  |                          |
|------------------|--------------------------|
| Caudal de Agua:  | 77500 lb/hr              |
| Caudal de aire:  | 300 scfm                 |
| Longitud:        | 20 pie                   |
| Presión:         | 29.5 psia                |
| Viscosidad agua: | 0.95 cp                  |
| Viscosidad aire: | 1.80 mcp                 |
| Densidad aire:   | 0.15 lb/pie <sup>3</sup> |

**Problema 1.12.** Un caño horizontal perfectamente aislado, transporta vapor y agua saturados. La presión es de 20 Bar y el caudal es de 2000 kg/m<sup>2</sup> s. Analice el gradiente de presión para distintos títulos de vapor .

|                         |                           |
|-------------------------|---------------------------|
| Densidad del líquido:   | 849.600 kg/m <sup>3</sup> |
| Densidad del vapor:     | 9.997 kg/m <sup>3</sup>   |
| Viscosidad del líquido: | 1.270 e-04 kg/m s         |
| Viscosidad del vapor:   | 1.603 e-05 kg/m s         |

**Problema 1.13.** Calcular la máxima longitud de una línea de purga de 8 pulg de diámetro por la que circulan 500 lb/pie<sup>2</sup> s de gas-oil.

|                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| Presión de entrada:        | 50.00 psia                |
| Presión de salida:         | 20.00 psia                |
| Título de vapor (cte.):    | 0.10                      |
| Volumen específico (gas):  | 2.00 pie <sup>3</sup> /lb |
| Volumen específico (líq.): | 0.02 pie <sup>3</sup> /lb |
| Viscosidad del gas:        | 0.02 cp                   |
| Viscosidad del líquido:    | 0.5 cp                    |

**Problema 1.14.** Un gasoducto de 104 mm de diámetro y 2400 m de longitud, conduce 350000 m<sup>3</sup>/día (@ 1 atm y 0° C) de gas y 15 m<sup>3</sup>/día de condensado desde la boca de pozo a la planta de tratamiento. Las condiciones de la boca de pozo son 81.4 bar y 65° C. Calcule (considerando flujo isotérmico):

- La caída de presión total de la fase gaseosa como si ésta circulara sola en el gasoducto.
- Idem para la fase líquida.
- Determine la caída de presión del flujo bifásico.

Peso molecular del gas: 22

Viscosidad del gas: 0.015 cp  
 Densidad del líquido: 665 kg/m<sup>3</sup>  
 Viscosidad del líquido: 0.3 cp

**Problema 1.15.** Un depósito contiene etileno a 300 kN/m<sup>2</sup> y 293 K. Se desea transportarlo hasta un recipiente que se encuentra a presión atmosférica (101.325 kN/m<sup>2</sup>), por una conducción de acero de 0.1 m de diámetro interno y 500 m de longitud. Calcular el caudal de circulación, suponiendo sistema isotérmico y que el etileno se comporta como un gas ideal.

Viscosidad del etileno: 9.6 10<sup>-6</sup> kg/(m s)  
 Rugosidad del acero: 4.572 10<sup>-5</sup> m

**Problema 1.16.** Se debe transportar una corriente de aire, inicialmente a 320 K, a través de un conducto de 300 m de largo. Si  $\bar{f} = 0.025$ , calcule el diámetro mínimo que permita obtener las siguientes velocidades iniciales: a) 50 m/s, b) 100 m/s. Suponga flujo adiabático.

**Problema 1.17.** Considere un conducto de las siguientes características: Longitud L = 10 m; diámetro interior DI = 0.05 m; rugosidad  $\epsilon = 4.5 \cdot 10^{-5}$  m; accesorios: 2 curvas de retorno (180° cada una). Por este conducto debe circular 2100 kg/h de propileno, comenzando con una presión p<sub>1</sub> = 300 kPa y una temperatura T<sub>1</sub> = 50 °C ( $\bar{M} = 42.08$ ; k = 1.14; viscosidad  $\mu = 9.4 \cdot 10^{-6}$  Pa.s; factor de compresibilidad Z = 0.96).

Calcule:

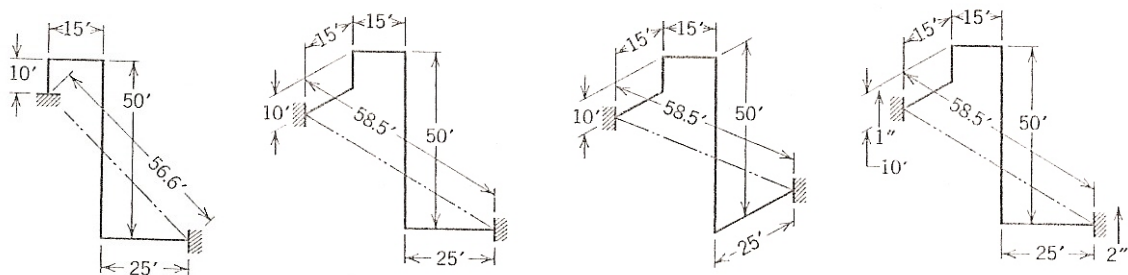
- a) La presión, densidad, y velocidad del propileno a la salida del conducto.
- b) El máximo caudal posible de propileno que puede transportar el conducto.

**Problema 1.18.** Analizar una situación de emergencia en una planta química, donde ante una falla eventual, se deberán descargar 170 tn/hr de una corriente constituida principalmente por etileno a 30 °C . La válvula de seguridad se abrirá y descargará el caudal indicado al colector de antorcha, a través de tres tramos de cañería:

| Longitud [m] | Diámetro [plg] | Accesorios         |
|--------------|----------------|--------------------|
| 28           | 20             | 1 Te, 2 curvas     |
| 135          | 28             | reducción          |
| 415          | 40             | reducción, 4 liras |

Determinar la caída de presión en la línea y la contrapresión de la válvula de seguridad.

**Problema 1.19.** Verificar la flexibilidad de los esquemas de la siguiente figura:



Caso 1

Caso2

Caso3

Caso4

| CASO              | 1               | 2   | 3   | 4   |
|-------------------|-----------------|-----|-----|-----|
| Material          | ASTM A106, Gr A |     |     |     |
| Temperatura (° F) | 900             | 900 | 900 | 650 |
| Diámetro (pulg)   | 10              | 10  | 10  | 10  |

**Problema 1.20.** Para los esquemas de la Figura 1.11, calcular:

- La longitud BC requerida
- Los momentos y fuerzas en A y C

| <b>CASO</b>       | <b>(a)</b>   | <b>(b)</b>    | <b>(c)</b>    |
|-------------------|--------------|---------------|---------------|
| Material          | ASTM A53 G A | ASTM A106 G A | ASTM A106 G A |
| Temperatura (° F) | 530          | 580           | 950           |
| Diámetro (pulg)   | 4 Sch 40     | 6 Sch 80      | 14            |
| Longitud (pie)    | 10           | 22            | 15            |
| h (pulg)          | -            | 2             | 1             |
| Espesor (pulg)    | -            | -             | 3/8           |

**Problema 1.21.** Para el caso (d) de la Figura 1.11 (lira simétrica), calcular:

- La altura requerida  $K_2L$
- Las fuerzas en los puntos A' y B' y los momentos en A y B

|                    |                |
|--------------------|----------------|
| Material:          | ASTM A 135 G A |
| Temperatura (° F): | 425            |
| $K_1L$ (pie):      | 20             |
| L (pie):           | 40             |
| A' B'(pie):        | 100            |

## 10 Apéndice del capítulo 1

Tabla A1.1. Propiedades de caños.

Tabla A1.2. Coeficientes de resistencia para accesorios. Método de Crane.

Tabla A1.3. Constantes del método del doble coeficiente (Hooper).

Tabla A1.4. Constantes del método de doble Coeficiente para entradas y salidas de tanques (Hooper).

Tabla A1.5. Coeficientes de resistencia para cambios de sección. Método del doble coeficiente (Hooper).

Tabla A1.6. Valores de  $K_m$  y  $K_n$  para la ecuación (1.26).

Tabla A1.7. Valores de  $K_1$ ,  $K_\infty$  y  $K_0$  para la ecuación (1.27).

Tabla A1.8. Flujo compresible - Condiciones a la salida de un conducto en función del  $Ma$

Figura A1.1. Factores de Fricción para conductos comerciales (Moody, 1944).

Figura A1.2. Rugosidad relativa de materiales comunes.

Figura A1.3. Multiplicadores  $\Phi_l^2$  y  $\Phi_g^2$  para flujo bifásico.

Figura A1.4. Fracción hueca ( $\varepsilon$ ) para flujo bifásico.

Figura A1.5. Expansión térmica de aceros al carbono y aleaciones.

Figura A1.6. Longitud requerida caso (a). Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, expansión térmica en el plano de los miembros.

Figura A1.7. Momentos y fuerzas caso (a). Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, expansión térmica en el plano de los miembros.

Figura A1.8. Longitud requerida caso (b). Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección del miembro adjunto.

Figura A1.9. Momentos y fuerzas caso (b). Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección del miembro adjunto.

Figura A1.10. Longitud requerida caso (c). Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección normal al plano de los miembros.

Figura A1.11. Momentos y fuerzas caso (c). Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección normal al plano de los miembros.

Figura A1.12. Longitud requerida caso (d). Lira de expansión simétrica.

Figura A1.13. Momentos y fuerzas caso (d). Lira de expansión simétrica.

Tabla A1.1. Propiedades de caños.

| Tamaño nominal NPS<br><br>Diámetro exterior<br><br>(pulg) | Número de cédula |     |       | Espesor de pared<br><br>(pulg) | Diámetro interior<br><br>(pulg) | Sección interior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Momento De Inercia<br><br>(pulg <sup>4</sup> ) | Sup. exterior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Sup. interior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Peso<br><br>(lb/ft) |
|---|------------------|-----|-------|--------------------------------|---------------------------------|--|--|---|---|---------------------|
|   | a                | b   | c     |                                |                                 |  |  |   |   |                     |
| 1/8<br>0.405  | -                | -   | 10S   | 0.049                          | 0.307                           | 0.0740                                       | 0.00088  | 0.106                                     | 0.0804                                    | 0.186               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.068                          | 0.269                           | 0.0568                                       | 0.00106  | 0.106                                     | 0.0705                                    | 0.245               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.095                          | 0.215                           | 0.0364                                       | 0.00122  | 0.106                                     | 0.0563                                    | 0.315               |
| 1/4<br>0.540  | -                | -   | 10S   | 0.065                          | 0.410                           | 0.1320                                       | 0.00279  | 0.141                                     | 0.1073                                    | 0.330               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.088                          | 0.364                           | 0.1041                                       | 0.00331  | 0.141                                     | 0.0955                                    | 0.425               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.119                          | 0.302                           | 0.0716                                       | 0.00378  | 0.141                                     | 0.0794                                    | 0.535               |
| 3/8<br>0.675  | -                | -   | 10S   | 0.065                          | 0.545                           | 0.2333                                       | 0.00586  | 0.177                                     | 0.1427                                    | 0.423               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.091                          | 0.493                           | 0.1910                                       | 0.00730  | 0.177                                     | 0.1295                                    | 0.568               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.126                          | 0.423                           | 0.1405                                       | 0.00864  | 0.177                                     | 0.1106                                    | 0.739               |
| 1/2<br>0.840  | -                | -   | 10S   | 0.083                          | 0.674                           | 0.3570                                       | 0.01431  | 0.220                                     | 0.1765                                    | 0.671               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.109                          | 0.622                           | 0.3040                                       | 0.01710  | 0.220                                     | 0.1628                                    | 0.851               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.147                          | 0.540                           | 0.2340                                       | 0.02010  | 0.220                                     | 0.1433                                    | 1.088               |
|   | 160              | -   | -     | 0.187                          | 0.466                           | 0.1706                                       | 0.02213  | 0.220                                     | 0.1220                                    | 1.304               |
| 3/4<br>1.050  | -                | -   | 5S    | 0.065                          | 0.920                           | 0.6650                                       | 0.02451  | 0.275                                     | 0.2409                                    | 0.684               |
|   | -                | -   | 10S   | 0.083                          | 0.884                           | 0.6140                                       | 0.02970  | 0.275                                     | 0.2314                                    | 0.857               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.113                          | 0.824                           | 0.5330                                       | 0.0370   | 0.275                                     | 0.2157                                    | 1.131               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.154                          | 0.742                           | 0.4320                                       | 0.0448   | 0.275                                     | 0.1943                                    | 1.474               |
|   | 160              | -   | -     | 0.218                          | 0.614                           | 0.2961                                       | 0.0527   | 0.275                                     | 0.1607                                    | 1.937               |
|   | -                | XXS | -     | 0.308                          | 0.434                           | 0.1479                                       | 0.0579   | 0.275                                     | 0.1137                                    | 2.441               |
| 1<br>1.315  | -                | -   | 5S    | 0.065                          | 1.185                           | 1.1030                                       | 0.0500   | 0.344                                     | 0.3100                                    | 0.868               |
|   | -                | -   | 10S   | 0.109                          | 1.097                           | 0.9450                                       | 0.0759   | 0.344                                     | 0.2872                                    | 1.404               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.133                          | 1.049                           | 0.8640                                       | 0.0874   | 0.344                                     | 0.2746                                    | 1.679               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.179                          | 0.957                           | 0.7190                                       | 0.1056   | 0.344                                     | 0.2520                                    | 2.172               |
|   | 160              | -   | -     | 0.250                          | 0.815                           | 0.5220                                       | 0.1252   | 0.344                                     | 0.2134                                    | 2.844               |
| 11/4<br>1.660   | -                | -   | 5S    | 0.065                          | 1.530                           | 1.8390                                       | 0.1038   | 0.434                                     | 0.4010                                    | 1.107               |
|   | -                | -   | 10S   | 0.109                          | 1.442                           | 1.6330                                       | 0.1605   | 0.434                                     | 0.3780                                    | 1.805               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.140                          | 1.380                           | 1.4960                                       | 0.1948   | 0.434                                     | 0.3610                                    | 2.273               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.191                          | 1.278                           | 1.2830                                       | 0.2418   | 0.434                                     | 0.3350                                    | 2.997               |
|   | 160              | -   | -     | 0.250                          | 1.160                           | 1.0570                                       | 0.2839   | 0.434                                     | 0.3040                                    | 3.765               |
|   | -                | XXS | -     | 0.382                          | 0.896                           | 0.6310                                       | 0.341  | 0.434                                     | 0.2346                                    | 5.214               |
| 11/2<br>1.900   | -                | -   | 5S    | 0.065                          | 1.770                           | 2.4610                                       | 0.1580   | 0.497                                     | 0.4630                                    | 1.274               |
|   | -                | -   | 10S   | 0.109                          | 1.682                           | 2.2220                                       | 0.2469   | 0.497                                     | 0.4400                                    | 2.085               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.145                          | 1.610                           | 2.0360                                       | 0.310  | 0.497                                     | 0.4210                                    | 2.718               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.200                          | 1.500                           | 1.7670                                       | 0.391  | 0.497                                     | 0.3930                                    | 3.631               |
|   | 160              | -   | -     | 0.281                          | 1.338                           | 1.4060                                       | 0.483  | 0.497                                     | 0.3500                                    | 4.859               |
| 2<br>2.375  | -                | -   | 5S    | 0.065                          | 2.245                           | 3.96   | 0.315  | 0.622                                     | 0.588                                     | 1.604               |
|   | -                | -   | 10S   | 0.109                          | 2.157                           | 3.65   | 0.499  | 0.622                                     | 0.565                                     | 2.638               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.154                          | 2.067                           | 3.36   | 0.666  | 0.622                                     | 0.541                                     | 3.653               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.218                          | 1.939                           | 2.953  | 0.868  | 0.622                                     | 0.508                                     | 5.022               |
|   | 160              | -   | -     | 0.343                          | 1.689                           | 2.240  | 1.163  | 0.622                                     | 0.442                                     | 7.444               |
| 2 1/2<br>2.875  | -                | -   | 5S    | 0.083                          | 2.709                           | 5.76   | 0.710  | 0.753                                     | 0.709                                     | 2.475               |
|   | -                | -   | 10S   | 0.120                          | 2.635                           | 5.45   | 0.988  | 0.753                                     | 0.690                                     | 3.531               |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.203                          | 2.469                           | 4.79   | 1.530  | 0.753                                     | 0.646                                     | 5.793               |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.276                          | 2.323                           | 4.24   | 1.925  | 0.753                                     | 0.608                                     | 7.661               |
|   | 160              | -   | -     | 0.375                          | 2.125                           | 3.55   | 2.353  | 0.753                                     | 0.556                                     | 10.01               |
| 3<br>3500   | -                | -   | 5S    | 0.083                          | 3.334                           | 8.73   | 1.301  | 0.916                                     | 0.873                                     | 3.03                |
|   | -                | -   | 10S   | 0.120                          | 3.260                           | 8.35   | 1.822  | 0.916                                     | 0.853                                     | 4.33                |
|   | 40               | Std | 40S   | 0.216                          | 3.068                           | 7.39   | 3.02   | 0.916                                     | 0.803                                     | 7.58                |
|   | 80               | XS  | 80S   | 0.300                          | 2.900                           | 6.61   | 3.90   | 0.916                                     | 0.759                                     | 10.25               |
|   | 160              | -   | -     | 0.437                          | 2.626                           | 5.42   | 5.03   | 0.916                                     | 0.687                                     | 14.32               |
| -   | XXS              | -   | 0.600 | 2.300                          | 4.15                            | 5.99   | 0.916  | 0.602                                     | 18.58                                     |                     |

Tabla A1.1. Propiedades de caños (continuación)

| Tamaño nominal<br>NPS | Número de<br>cédula |     |       | Espesor<br>de pared | Diámetro<br>interior | Sección<br>interior | Momento<br>de inercia | Sup.<br>exterior | Sup.<br>interior | Peso   |
|-----------------------|---------------------|-----|-------|---------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|------------------|------------------|--------|
|                       | (pulg)              | a   | b     |                     |                      |                     |                       |                  |                  |        |
| 31/2<br>4.000         | -                   | -   | 5S    | 0.083               | 3.834                | 11.55               | 1.960                 | 1.047            | 1.004            | 3.47   |
|                       | -                   | -   | 10S   | 0.120               | 3.760                | 11.10               | 2.756                 | 1.047            | 0.984            | 4.97   |
|                       | 40                  | Std | 40S   | 0.226               | 3.548                | 9.89                | 4.79                  | 1.047            | 0.929            | 9.11   |
|                       | 80                  | XS  | 80S   | 0.318               | 3.364                | 8.89                | 6.28                  | 1.047            | 0.881            | 12.51  |
| 4<br>4.500            | -                   | -   | 5S    | 0.083               | 4.334                | 14.75               | 2.811                 | 1.178            | 1.135            | 3.92   |
|                       | -                   | -   | 10S   | 0.120               | 4.260                | 14.25               | 3.96                  | 1.178            | 1.115            | 5.61   |
|                       | 40                  | Std | 40S   | 0.237               | 4.026                | 12.73               | 7.23                  | 1.178            | 1.054            | 10.79  |
|                       | 80                  | XS  | 80S   | 0.337               | 3.826                | 11.50               | 9.61                  | 1.178            | 1.002            | 14.98  |
|                       | 120                 | -   | -     | 0.437               | 3.626                | 10.33               | 11.65                 | 1.178            | 0.949            | 18.96  |
|                       | 160                 | -   | -     | 0.531               | 3.438                | 9.28                | 13.27                 | 1.178            | 0.900            | 22.51  |
|                       | -                   | XXS | -     | 0.674               | 3.152                | 7.80                | 15.29                 | 1.178            | 0.825            | 27.54  |
| 5<br>5.563            | -                   | -   | 5S    | 0.109               | 5.345                | 22.44               | 6.95                  | 1.456            | 0.399            | 6.35   |
|                       | -                   | -   | 10S   | 0.134               | 5.295                | 22.02               | 8.43                  | 1.456            | 1.386            | 7.77   |
|                       | 40                  | Std | 40S   | 0.258               | 5.047                | 20.01               | 14.17                 | 1.456            | 1.321            | 14.62  |
|                       | 80                  | XS  | 80S   | 0.375               | 4.813                | 18.19               | 20.68                 | 1.456            | 1.260            | 20.78  |
|                       | 120                 | -   | -     | 0.500               | 4.563                | 16.35               | 25.74                 | 1.456            | 1.195            | 27.04  |
|                       | 160                 | -   | -     | 0.625               | 4.313                | 14.61               | 30.0                  | 1.456            | 1.129            | 32.96  |
|                       | -                   | XXS | -     | 0.750               | 4.063                | 12.97               | 33.6                  | 1.456            | 1.064            | 38.55  |
| 6<br>6.625            | -                   | -   | 5S    | 0.109               | 6.407                | 32.2                | 11.85                 | 1.734            | 1.677            | 5.37   |
|                       | -                   | -   | 10S   | 0.134               | 6.357                | 31.7                | 14.40                 | 1.734            | 1.664            | 9.29   |
|                       | 40                  | Std | 40S   | 0.280               | 6.065                | 28.89               | 28.14                 | 1.734            | 1.588            | 18.97  |
|                       | 80                  | XS  | 80S   | 0.432               | 5.761                | 26.07               | 40.5                  | 1.734            | 1.508            | 28.57  |
|                       | 120                 | -   | -     | 0.562               | 5.501                | 23.77               | 49.6                  | 1.734            | 1.440            | 36.39  |
|                       | 160                 | -   | -     | 0.718               | 5.189                | 21.15               | 59.0                  | 1.734            | 1.358            | 45.30  |
|                       | -                   | XXS | -     | 0.864               | 4.897                | 18.83               | 66.3                  | 1.734            | 1.282            | 53.16  |
| 8<br>8.625            | -                   | -   | 5S    | 0.109               | 8.407                | 55.5                | 26.45                 | 2.258            | 2.201            | 9.91   |
|                       | -                   | -   | 10S   | 0.148               | 8.329                | 54.5                | 35.4                  | 2.258            | 2.180            | 13.40  |
|                       | 20                  | -   | -     | 0.250               | 8.125                | 51.8                | 57.7                  | 2.258            | 2.127            | 22.36  |
|                       | 30                  | -   | -     | 0.277               | 8.071                | 51.2                | 63.4                  | 2.258            | 2.113            | 24.70  |
|                       | 40                  | Std | 40S   | 0.322               | 7.981                | 50.0                | 72.5                  | 2.258            | 2.089            | 28.55  |
|                       | 60                  | -   | -     | 0.406               | 7.813                | 47.9                | 88.8                  | 2.258            | 2.045            | 35.64  |
|                       | 80                  | XS  | 80S   | 0.500               | 7.625                | 45.7                | 105.7                 | 2.258            | 1.996            | 43.39  |
|                       | 100                 | -   | -     | 0.593               | 7.439                | 43.5                | 121.4                 | 2.258            | 1.948            | 50.87  |
|                       | 120                 | -   | -     | 0.718               | 7.189                | 40.6                | 140.6                 | 2.258            | 1.882            | 60.63  |
|                       | 140                 | -   | -     | 0.812               | 7.001                | 38.5                | 153.8                 | 2.258            | 1.833            | 67.76  |
|                       | 160                 | XXS | -     | 0.875               | 6.875                | 37.1                | 162.0                 | 2.258            | 1.800            | 72.42  |
| -                     | -                   | -   | 0.906 | 6.813               | 36.5                 | 165.9               | 2.258                 | 1.784            | 74.69            |        |
| 10<br>10.750          | -                   | -   | 5S    | 0.134               | 10.482               | 86.3                | 63.7                  | 2.815            | 2.744            | 15.15  |
|                       | -                   | -   | 10S   | 0.165               | 10.420               | 85.3                | 76.9                  | 2.815            | 2.728            | 18.70  |
|                       | 20                  | -   | -     | 0.250               | 10.250               | 82.5                | 113.7                 | 2.815            | 2.683            | 28.04  |
|                       | 30                  | -   | -     | 0.279               | 10.192               | 81.6                | 125.9                 | 2.815            | 2.668            | 31.20  |
|                       | 40                  | Std | 40S   | 0.365               | 10.020               | 78.9                | 160.8                 | 2.815            | 2.623            | 40.48  |
|                       | 60                  | XS  | 80S   | 0.500               | 9.750                | 74.7                | 212.0                 | 2.815            | 2.553            | 54.74  |
|                       | 80                  | -   | -     | 0.593               | 9.564                | 71.8                | 244.9                 | 2.815            | 2.504            | 64.33  |
|                       | 100                 | -   | -     | 0.718               | 9.314                | 68.1                | 286.2                 | 2.815            | 2.438            | 76.93  |
|                       | 120                 | -   | -     | 0.843               | 9.064                | 64.5                | 324                   | 2.815            | 2.373            | 89.20  |
|                       | 140                 | -   | -     | 1.000               | 8.750                | 60.1                | 368                   | 2.815            | 2.291            | 104.13 |
|                       | 160                 | -   | -     | 1.125               | 8.500                | 56.7                | 399                   | 2.815            | 2.225            | 115.65 |
| 12<br>12.750          | -                   | -   | 5S    | 0.165               | 12.420               | 121.2               | 129.2                 | 3.34             | 3.25             | 19.56  |
|                       | -                   | -   | 10S   | 0.180               | 12.390               | 120.6               | 140.5                 | 3.34             | 3.24             | 24.20  |
|                       | 20                  | -   | -     | 0.250               | 12.250               | 117.9               | 191.9                 | 3.34             | 3.21             | 33.38  |
|                       | 30                  | -   | -     | 0.330               | 12.090               | 114.8               | 248.5                 | 3.34             | 3.17             | 43.77  |
|                       | 40                  | Std | 40S   | 0.375               | 12.000               | 113.1               | 279.3                 | 3.34             | 3.14             | 49.56  |
|                       | 60                  | -   | -     | 0.406               | 11.938               | 111.9               | 300                   | 3.34             | 3.13             | 53.53  |
|                       | 80                  | XS  | 80S   | 0.500               | 11.750               | 108.4               | 362                   | 3.34             | 3.08             | 65.42  |
|                       | 100                 | -   | -     | 0.562               | 11.626               | 106.2               | 401                   | 3.34             | 3.04             | 73.16  |
|                       | 120                 | -   | -     | 0.687               | 11.376               | 101.6               | 475                   | 3.34             | 2.978            | 88.51  |

Tabla A1.1. Propiedades de caños (continuación).

| Tamaño nominal NPS<br><br>Diámetro exterior<br><br>(pulg) | Número de cédula |     |       | Espesor de pared<br><br>(pulg) | Diámetro interior<br><br>(pulg) | Sección interior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Momento de inercia<br><br>(pulg <sup>4</sup> ) | Sup. exterior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Sup. interior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Peso<br><br>(lb/ft) |
|---|------------------|-----|-------|--------------------------------|---------------------------------|--|--|---|---|---------------------|
|   | a                | b   | c     |                                |                                 |  |  |   |   |                     |
| 12<br>12.750  | 100              | -   | -     | 0.843                          | 11.064                          | 96.1   | 562  | 3.34                                      | 2.897                                     | 107.20              |
|   | 120              | -   | -     | 1.000                          | 10.750                          | 90.8   | 642  | 3.34                                      | 2.814                                     | 125.49              |
|   | 140              | -   | -     | 1.125                          | 10.500                          | 86.6   | 701  | 3.34                                      | 2.749                                     | 139.68              |
|   | 160              | -   | -     | 1.312                          | 10.126                          | 80.5   | 781  | 3.34                                      | 2.651                                     | 160.27              |
| 14<br>14.000  | 10               | -   | -     | 0.250                          | 13.500                          | 143.1  | 255.4  | 3.67                                      | 3.53                                      | 36.71               |
|   | 20               | -   | -     | 0.312                          | 13.376                          | 140.5  | 314  | 3.67                                      | 3.50                                      | 45.68               |
|   | 30               | Std | -     | 0.375                          | 13.250                          | 137.9  | 373  | 3.67                                      | 3.47                                      | 54.57               |
|   | 40               | -   | -     | 0.437                          | 13.126                          | 135.3  | 429  | 3.67                                      | 3.44                                      | 63.37               |
|   | -                | XS  | -     | 0.500                          | 13.000                          | 132.7  | 484  | 3.67                                      | 3.40                                      | 72.09               |
|   | -                | -   | -     | 0.562                          | 12.876                          | 130.2  | 537  | 3.67                                      | 3.37                                      | 80.66               |
|   | 60               | -   | -     | 0.593                          | 12.814                          | 129.0  | 562  | 3.67                                      | 3.35                                      | 84.91               |
|   | -                | -   | -     | 0.625                          | 12.750                          | 127.7  | 589  | 3.67                                      | 3.34                                      | 89.28               |
|   | -                | -   | -     | 0.687                          | 12.626                          | 125.2  | 638  | 3.67                                      | 3.31                                      | 97.68               |
|   | 80               | -   | -     | 0.750                          | 12.500                          | 122.7  | 687  | 3.67                                      | 3.27                                      | 106.13              |
|   | -                | -   | -     | 0.875                          | 12.250                          | 117.9  | 781  | 3.67                                      | 3.21                                      | 122.66              |
|   | 100              | -   | -     | 0.937                          | 12.126                          | 115.5  | 825  | 3.67                                      | 3.17                                      | 130.73              |
| 120   | -                | -   | 1.093 | 11.84                          | 109.6                           | 930  | 3.67   | 3.09                                      | 150.67                                    |                     |
| 140   | -                | -   | 1.250 | 11.500                         | 103.9                           | 1127   | 3.67   | 3.01                                      | 170.22                                    |                     |
| 160   | -                | -   | 1.406 | 11.188                         | 98.3                            | 1017   | 3.67   | 2.920                                     | 189.12                                    |                     |
| 16<br>16.000  | 10               | -   | -     | 0.250                          | 15.500                          | 188.7  | 384  | 4.19                                      | 4.06                                      | 42.05               |
|   | 20               | -   | -     | 0.312                          | 15.376                          | 185.7  | 473  | 4.19                                      | 4.03                                      | 52.36               |
|   | 30               | Std | -     | 0.375                          | 15.250                          | 182.6  | 562  | 4.19                                      | 3.99                                      | 62.58               |
|   | -                | -   | -     | 0.437                          | 15.126                          | 179.7  | 648  | 4.19                                      | 3.96                                      | 72.64               |
|   | 40               | XS  | -     | 0.500                          | 15.000                          | 176.7  | 732  | 4.19                                      | 3.93                                      | 82.77               |
|   | -                | -   | -     | 0.562                          | 14.876                          | 173.8  | 813  | 4.19                                      | 3.89                                      | 92.66               |
|   | -                | -   | -     | 0.625                          | 14.750                          | 170.9  | 894  | 4.19                                      | 3.86                                      | 102.63              |
|   | 60               | -   | -     | 0.656                          | 14.688                          | 169.4  | 933  | 4.19                                      | 3.85                                      | 107.50              |
|   | -                | -   | -     | 0.687                          | 14.626                          | 168.0  | 971  | 4.19                                      | 3.83                                      | 112.36              |
|   | -                | -   | -     | 0.750                          | 14.500                          | 165.1  | 1047   | 4.19                                      | 3.80                                      | 122.15              |
|   | 80               | -   | -     | 0.843                          | 14.314                          | 160.9  | 1157   | 4.19                                      | 3.75                                      | 136.46              |
|   | -                | -   | -     | 0.875                          | 14.250                          | 159.5  | 1193   | 4.19                                      | 3.73                                      | 141.35              |
|   | 100              | -   | -     | 1.031                          | 13.938                          | 152.6  | 1365   | 4.19                                      | 3.65                                      | 164.83              |
|   | 120              | -   | -     | 1.218                          | 13.564                          | 144.5  | 1556   | 4.19                                      | 3.55                                      | 192.29              |
| 140   | -                | -   | 1.437 | 13.126                         | 135.3                           | 1760   | 4.19   | 3.44                                      | 223.50                                    |                     |
| 160   | -                | -   | 1.593 | 12.814                         | 129.0                           | 1894   | 4.19   | 3.35                                      | 245.11                                    |                     |
| 18<br>18.000  | 10               | -   | -     | 0.250                          | 17.500                          | 240.5  | 549  | 4.71                                      | 4.58                                      | 47.39               |
|   | 20               | -   | -     | 0.312                          | 17.376                          | 237.1  | 678  | 4.71                                      | 4.55                                      | 59.03               |
|   | -                | Std | -     | 0.375                          | 17.250                          | 233.7  | 807  | 4.71                                      | 4.52                                      | 70.59               |
|   | 30               | -   | -     | 0.437                          | 17.126                          | 230.4  | 931  | 4.71                                      | 4.48                                      | 82.06               |
|   | -                | XS  | -     | 0.500                          | 17.000                          | 227.0  | 1053   | 4.71                                      | 4.45                                      | 93.45               |
|   | 40               | -   | -     | 0.562                          | 16.876                          | 223.7  | 1172   | 4.71                                      | 4.42                                      | 104.75              |
|   | -                | -   | -     | 0.625                          | 16.750                          | 220.5  | 1289   | 4.71                                      | 4.39                                      | 115.98              |
|   | -                | -   | -     | 0.687                          | 16.626                          | 217.1  | 1403   | 4.71                                      | 4.35                                      | 127.03              |
|   | 60               | -   | -     | 0.750                          | 16.500                          | 213.8  | 1515   | 4.71                                      | 4.32                                      | 138.17              |
|   | -                | -   | -     | 0.875                          | 16.250                          | 207.4  | 1731   | 4.71                                      | 4.25                                      | 160.04              |
|   | 80               | -   | -     | 0.937                          | 16.126                          | 204.2  | 1834   | 4.71                                      | 4.22                                      | 170.75              |
|   | 100              | -   | -     | 1.156                          | 15.688                          | 193.3  | 2180   | 4.71                                      | 4.11                                      | 207.96              |
|   | 120              | -   | -     | 1.375                          | 15.250                          | 182.6  | 2499   | 4.71                                      | 3.99                                      | 244.14              |
|   | 140              | -   | -     | 1.562                          | 14.876                          | 173.8  | 2750   | 4.71                                      | 3.89                                      | 274.23              |
| 160   | -                | -   | 1.781 | 14.438                         | 163.7                           | 3020   | 4.71   | 3.78                                      | 308.51                                    |                     |
| 20<br>20.000  | 10               | -   | -     | 0.250                          | 19.500                          | 298.6  | 757  | 5.24                                      | 5.11                                      | 52.73               |
|   | -                | -   | -     | 0.312                          | 19.376                          | 294.9  | 935  | 5.24                                      | 5.07                                      | 65.40               |
|   | 20               | Std | -     | 0.375                          | 19.250                          | 291.0  | 1114   | 5.24                                      | 5.04                                      | 78.60               |
|   | -                | -   | -     | 0.437                          | 19.126                          | 287.3  | 1286   | 5.24                                      | 5.01                                      | 91.31               |
|   | 30               | XS  | -     | 0.500                          | 19.000                          | 283.5  | 1457   | 5.24                                      | 4.97                                      | 104.13              |
| -   | -                | -   | 0.562 | 18.876                         | 279.8                           | 1624   | 5.24   | 4.94                                      | 116.67                                    |                     |
| 40  | -                | -   | 0.593 | 18.814                         | 278.0                           | 1704   | 5.24   | 4.93                                      | 122.91                                    |                     |

Tabla A1.1. Propiedades de caños (continuación).

| Tamaño nominal NPS<br><br>Diámetro exterior<br><br>(pulg) | Número de cédula |     |       | Espesor de pared<br><br>(pulg) | Diámetro interior<br><br>(pulg) | Sección interior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Momento de inercia<br><br>(pulg <sup>4</sup> ) | Sup. exterior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Sup. interior<br><br>(pulg <sup>2</sup> ) | Peso<br><br>(lb/ft) |
|---|------------------|-----|-------|--------------------------------|---------------------------------|--|--|---|---|---------------------|
|   | a                | b   | c     |                                |                                 |  |  |   |   |                     |
| 20<br>20.000  | -                | -   | -     | 0.625                          | 18.750                          | 276.1  | 1787   | 5.24                                      | 4.91                                      | 129.33              |
|   | -                | -   | -     | 0.687                          | 18.626                          | 272.5  | 1946   | 5.24                                      | 4.88                                      | 141.71              |
|   | -                | -   | -     | 0.750                          | 18.500                          | 268.8  | 2105   | 5.24                                      | 4.84                                      | 154.20              |
|   | 60               | -   | -     | 0.812                          | 18.376                          | 265.2  | 2257   | 5.24                                      | 4.81                                      | 166.40              |
|   | -                | -   | -     | 0.875                          | 18.250                          | 261.6  | 2409   | 5.24                                      | 4.78                                      | 178.73              |
|   | 80               | -   | -     | 1.031                          | 17.938                          | 252.7  | 2772   | 5.24                                      | 4.70                                      | 208.87              |
|   | 100              | -   | -     | 1.281                          | 17.438                          | 238.8  | 3320   | 5.24                                      | 4.57                                      | 256.10              |
|   | 120              | -   | -     | 1.500                          | 17.000                          | 227.0  | 3760   | 5.24                                      | 4.45                                      | 296.37              |
|   | 140              | -   | -     | 1.750                          | 16.500                          | 213.8  | 4220   | 5.24                                      | 4.32                                      | 341.10              |
| 160   | -                | -   | 1.968 | 16.064                         | 202.7                           | 4590   | 5.24   | 4.21                                      | 379.01                                    |                     |
| 24<br>24.000  | 10               | -   | -     | 0.250                          | 23.500                          | 434  | 1316   | 6.28                                      | 6.15                                      | 63.41               |
|   | -                | -   | -     | 0.312                          | 23.376                          | 430  | 1629   | 6.28                                      | 6.12                                      | 78.93               |
|   | 20               | Std | -     | 0.375                          | 23.250                          | 425  | 1943   | 6.28                                      | 6.09                                      | 94.62               |
|   | -                | -   | -     | 0.437                          | 23.126                          | 420  | 2246   | 6.28                                      | 6.05                                      | 109.97              |
|   | -                | XS  | -     | 0.500                          | 23.000                          | 415  | 2550   | 6.28                                      | 6.02                                      | 125.49              |
|   | 30               | -   | -     | 0.562                          | 22.876                          | 411  | 2840   | 6.28                                      | 5.99                                      | 140.80              |
|   | -                | -   | -     | 0.625                          | 22.750                          | 406  | 3140   | 6.28                                      | 5.96                                      | 156.03              |
|   | 40               | -   | -     | 0.687                          | 22.626                          | 402  | 3420   | 6.28                                      | 5.92                                      | 171.17              |
|   | -                | -   | -     | 0.750                          | 22.500                          | 398  | 3710   | 6.28                                      | 5.89                                      | 186.24              |
|   | 60               | -   | -     | 0.968                          | 22.064                          | 382  | 4650   | 6.28                                      | 5.78                                      | 238.11              |
|   | 80               | -   | -     | 1.218                          | 21.564                          | 365  | 5670   | 6.28                                      | 5.65                                      | 296.36              |
|   | 100              | -   | -     | 1.531                          | 20.938                          | 344  | 6850   | 6.28                                      | 5.48                                      | 367.40              |
|   | 120              | -   | -     | 1.812                          | 20.376                          | 326  | 7830   | 6.28                                      | 5.33                                      | 429.39              |
|   | 140              | -   | -     | 2.062                          | 19.876                          | 310  | 8630   | 6.28                                      | 5.20                                      | 483.13              |
| 160   | -                | -   | 2.343 | 19.314                         | 293                             | 9460   | 6.28   | 5.06                                      | 541.94                                    |                     |
| 30<br>30.000  | 10               | -   | -     | 0.312                          | 29.376                          | 678  | 3210   | 7.85                                      | 7.69                                      | 98.93               |
|   | 20               | -   | -     | 0.500                          | 29.000                          | 661  | 5040   | 7.85                                      | 7.59                                      | 157.53              |
|   | 30               | -   | -     | 0.625                          | 28.750                          | 649  | 6220   | 7.85                                      | 7.53                                      | 196.08              |

Tabla A1.2. Coeficientes de resistencia para accesorios. Método de Crane.

Factor de fricción para cañerías de acero comercial limpio, con flujo en zona de completa turbulencia.

| Tamaño nominal           | mm   | 15   | 20   | 25   | 32    | 40   | 50   | 65.80    | 100  | 125  | 180  | 200-250 | 300-400 | 450-500 |
|--------------------------|------|------|------|------|-------|------|------|----------|------|------|------|---------|---------|---------|
|                          | pulg | 1/2  | 3/4  | 1    | 1 1/2 |      | 2    | 2 1/4, 3 | 4    | 5    | 6    | 8-10    | 12-16   | 18-24   |
| Factor de Fricción $f_T$ |      | .027 | .025 | .023 | .022  | .021 | .019 | .018     | .017 | .016 | .015 | .014    | .013    | 0.12    |

Formulas para calcular el factor K para válvulas y accesorios con reducciones.

Formula 1

$$K_2 = \frac{0.8 \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (1 - \beta^2)}{\beta^4}$$

Formula 2

$$K_3 = \frac{0.5(1 - \beta^2) \sqrt{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}}{\beta^4}$$

Formula 3

$$K_2 = 2.6 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (1 - \beta^2)^2$$

Formula 4

$$K_2 = \frac{(1 - \beta^2)}{\beta^4}$$

Formula 5

$$K_2 = \frac{K_1}{\beta^4} + \text{Formula 1} + \text{Formula 3}$$

$$K_2 = \frac{K_1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) [0.8(1 - \beta^2) + 2.6(1 - \beta^2)^2]}{\beta^4}$$

Formula 6

$$K_2 = \frac{K_1}{\beta^4} + \text{Formula 2} + \text{Formula 4}$$

$$K_2 = \frac{K_3 + 0.5 \sqrt{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (1 - \beta^2) + (1 - \beta^2)}}{\beta^4}$$

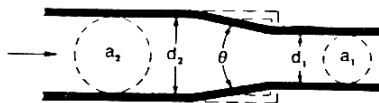
Formula 7

$$K_2 = \frac{K_1}{\beta^4} + \beta (\text{Formula 2} + \text{Formula 4}) \text{ cuando } \theta = 180^\circ$$

$$K_2 = \frac{K_1 + \beta [0.5(1 - \beta^2) + (1 - \beta^2)^2]}{\beta^4}$$

$$\beta = \frac{d_1}{d_2} \quad \beta^2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{a_1}{a_2} \quad K_2 = \frac{K_1}{\beta^4}$$

El subíndice 1 hace referencia al menor diámetro. El subíndice 2 se refiere al diámetro mayor.



Contracción súbita y gradual

Si  $\theta \leq 45^\circ$  .....  $K_2 = \text{Formula 1}$

$45^\circ < \theta \leq 180^\circ$  .....  $K_2 = \text{Formula 2}$



Expansión súbita y gradual

Si  $\theta \leq 45^\circ$  .....  $K_2 = \text{Formula 3}$

$45^\circ < \theta \leq 180^\circ$  .....  $K_2 = \text{Formula 4}$

Tabla A1.2. Coeficientes de resistencia para accesorios. Método de Crane (cont.)

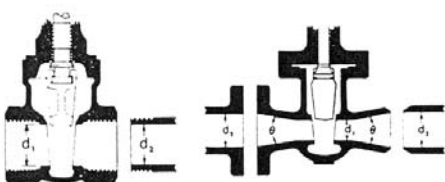
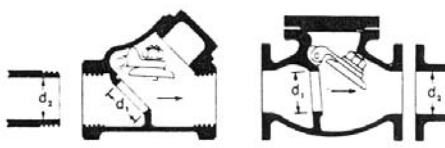
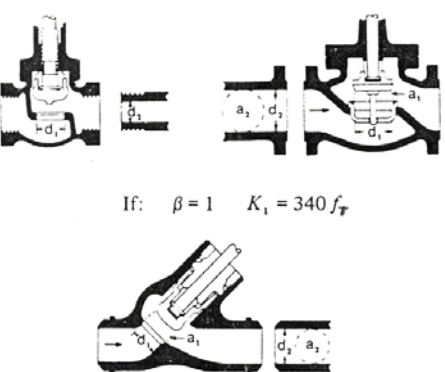
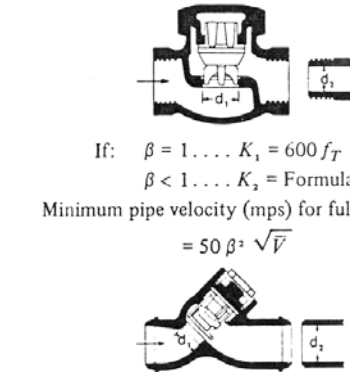
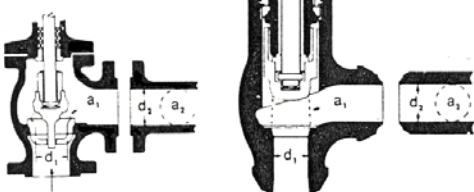

| <p style="text-align: center;"><b>GATE VALVES</b><br/>Wedge Disc, Double Disc, or Plug Type</p>  <p>If: <math>\beta = 1, \theta = 0 \dots \dots \dots K_1 = 8 f_T</math><br/> <math>\beta &lt; 1</math> and <math>\theta \approx 45^\circ \dots \dots \dots K_2 = \text{Formula 5}</math><br/> <math>\beta &lt; 1</math> and <math>\theta &gt; 45^\circ &lt; 180^\circ \dots \dots K_2 = \text{Formula 6}</math></p> | <p style="text-align: center;"><b>SWING CHECK VALVES</b></p>  <p><math>K = 100 f_T</math>                      <math>K = 50 f_T</math><br/>         Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br/> <math>= 45\sqrt{V}</math>                              <math>= 60\sqrt{V}</math></p>  |                     |                    |                     |                           |              |           |                              |              |          |                               |              |          |  |               |              |
|---|---|---------------------|--------------------|---------------------|---------------------------|--------------|-----------|------------------------------|--------------|----------|-------------------------------|--------------|----------|--|---------------|--------------|
| <p style="text-align: center;"><b>GLOBE AND ANGLE VALVES</b></p>  <p>If: <math>\beta = 1 \quad K_1 = 340 f_T</math><br/>         If: <math>\beta = 1 \dots \dots K_1 = 55 f_T</math></p>  | <p style="text-align: center;"><b>LIFT CHECK VALVES</b></p>  <p>If: <math>\beta = 1 \dots \dots K_1 = 600 f_T</math><br/> <math>\beta &lt; 1 \dots \dots K_2 = \text{Formula 7}</math><br/>         Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br/> <math>= 50 \beta^2 \sqrt{V}</math><br/>         If: <math>\beta = 1 \dots \dots K_1 = 55 f_T</math><br/> <math>\beta &lt; 1 \dots \dots K_2 = \text{Formula 7}</math><br/>         Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br/> <math>= 170 \beta^2 \sqrt{V}</math></p>   |                     |                    |                     |                           |              |           |                              |              |          |                               |              |          |  |               |              |
|  <p>If: <math>\beta = 1 \dots K_1 = 150 f_T</math>    If: <math>\beta = 1 \dots K_1 = 55 f_T</math><br/>         All globe and angle valves,<br/>         whether reduced seat or throttled,<br/>         If: <math>\beta &lt; 1 \dots K_2 = \text{Formula 7}</math></p>   | <p style="text-align: center;"><b>TILTING DISC CHECK VALVES</b></p>  <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Sizes</th> <th style="text-align: center;"><math>\alpha = 5^\circ</math></th> <th style="text-align: center;"><math>\alpha = 15^\circ</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">50 mm (2") to 200 mm (8")</td> <td style="text-align: center;"><math>K = 40 f_T</math></td> <td style="text-align: center;"><math>120 f_T</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">250 mm (10") to 350 mm (14")</td> <td style="text-align: center;"><math>K = 30 f_T</math></td> <td style="text-align: center;"><math>90 f_T</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">400 mm (16") to 1200 mm (48")</td> <td style="text-align: center;"><math>K = 20 f_T</math></td> <td style="text-align: center;"><math>60 f_T</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift =</td> <td style="text-align: center;"><math>100\sqrt{V}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>40\sqrt{V}</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right; font-size: small;">Note. mps = metres per second</p> | Sizes               | $\alpha = 5^\circ$ | $\alpha = 15^\circ$ | 50 mm (2") to 200 mm (8") | $K = 40 f_T$ | $120 f_T$ | 250 mm (10") to 350 mm (14") | $K = 30 f_T$ | $90 f_T$ | 400 mm (16") to 1200 mm (48") | $K = 20 f_T$ | $60 f_T$ | Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift = | $100\sqrt{V}$ | $40\sqrt{V}$ |
| Sizes   | $\alpha = 5^\circ$  | $\alpha = 15^\circ$ |                    |                     |                           |              |           |                              |              |          |                               |              |          |  |               |              |
| 50 mm (2") to 200 mm (8")   | $K = 40 f_T$  | $120 f_T$           |                    |                     |                           |              |           |                              |              |          |                               |              |          |  |               |              |
| 250 mm (10") to 350 mm (14")  | $K = 30 f_T$  | $90 f_T$            |                    |                     |                           |              |           |                              |              |          |                               |              |          |  |               |              |
| 400 mm (16") to 1200 mm (48")   | $K = 20 f_T$  | $60 f_T$            |                    |                     |                           |              |           |                              |              |          |                               |              |          |  |               |              |
| Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift =  | $100\sqrt{V}$   | $40\sqrt{V}$        |                    |                     |                           |              |           |                              |              |          |                               |              |          |  |               |              |

Tabla A1.2. Coeficientes de resistencia para accesorios. Método de Crane (cont.)

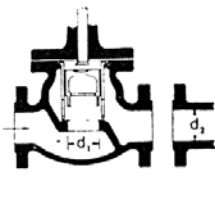
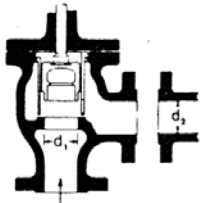

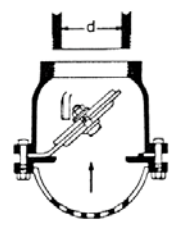
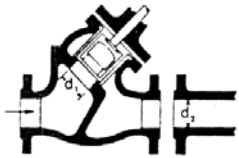
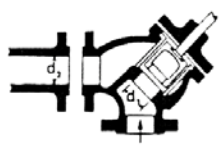
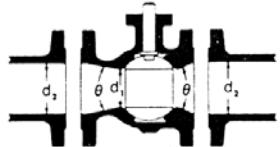

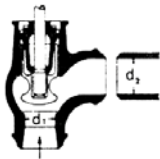
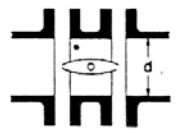
| STOP-CHECK VALVES<br>(Globe and Angle Types)  |   | FOOT VALVES WITH STRAINER   |   |
|---|---|---|---|
|    |  |    |  |
| If: $\beta = 1 \dots K_1 = 400 f_T$<br>$\beta < 1 \dots K_2 = \text{Formula 7}$   | If: $\beta = 1 \dots K_1 = 200 f_T$<br>$\beta < 1 \dots K_2 = \text{Formula 7}$   | $K = 420 f_T$   | $K = 75 f_T$  |
| Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br>$= 70 \beta^2 \sqrt{V}$   | Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br>$= 95 \beta^2 \sqrt{V}$         | Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br>$= 20 \sqrt{V}$   | Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br>$= 45 \sqrt{V}$                   |
|     |   | <p align="center"><b>BALL VALVES</b></p>   |   |
| If: $\beta = 1 \dots K_1 = 300 f_T$<br>$\beta < 1 \dots K_2 = \text{Formula 7}$   | If: $\beta = 1 \dots K_1 = 350 f_T$<br>$\beta < 1 \dots K_2 = \text{Formula 7}$   | If: $\beta = 1, \theta = 0 \dots \dots \dots K_1 = 3 f_T$<br>$\beta < 1 \text{ and } \theta < 45^\circ \dots \dots \dots K_2 = \text{Formula 5}$<br>$\beta < 1 \text{ and } \theta > 45^\circ < 180^\circ \dots \dots K_2 = \text{Formula 6}$ |   |
| Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br>$= 75 \beta^2 \sqrt{V}$   |   |   |   |
|   |   | <p align="center"><b>BUTTERFLY VALVES</b></p>   |   |
| $\beta = 1 \dots K_1 = 55 f_T$<br>$\beta < 1 \dots K_2 = \text{Formula 7}$  | $\beta = 1 \dots K_1 = 55 f_T$<br>$\beta < 1 \dots K_2 = \text{Formula 7}$        | Sizes 50 mm (2") to 200 mm (8") ..... $K = 45 f_T$<br>Sizes 250 mm (10") to 350 mm (14") ..... $K = 35 f_T$<br>Sizes 400 mm (16") to 600 mm (24") ..... $K = 25 f_T$  |   |
| Minimum pipe velocity (mps) for full disc lift<br>$= 170 \beta^2 \sqrt{V}$  |   |   |   |

Tabla A1.2. Coeficientes de resistencia para accesorios. Método de Crane (cont.)

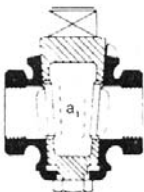
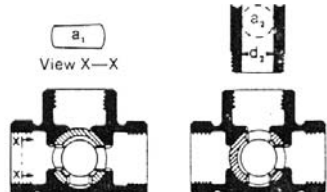


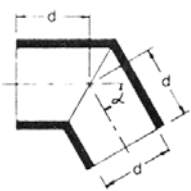
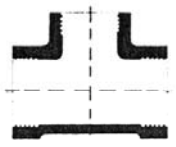



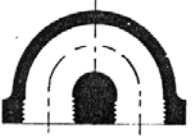
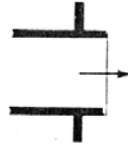
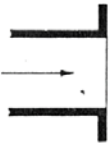

| PLUG VALVES AND COCKS  |  | STANDARD ELBOWS   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
|--|--|---|--|-------|---------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|--|----------|----|----------|---|----------|----|----------|---|----------|----|----------|--|--|-------|-----|-------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|-----------|------|
| <p><b>Straight-Way</b></p>  <p>If: <math>\beta = 1</math>,<br/><math>K_1 = 18 f_T</math></p>  | <p><b>3-Way</b></p>  <p>If: <math>\beta = 1</math>,<br/><math>K_1 = 30 f_T</math></p> <p>If: <math>\beta &lt; 1</math>    <math>K_2 = \text{Formula 6}</math></p> | <p><b>90°</b></p>  <p><math>K = 30 f_T</math></p>  | <p><b>45°</b></p>  <p><math>K = 16 f_T</math></p> |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| <p><b>MITRE BENDS</b></p>  <table border="1" data-bbox="550 795 702 985"> <thead> <tr> <th><math>\alpha</math></th> <th><math>K</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0°</td><td><math>2 f_T</math></td></tr> <tr><td>15°</td><td><math>4 f_T</math></td></tr> <tr><td>30°</td><td><math>8 f_T</math></td></tr> <tr><td>45°</td><td><math>15 f_T</math></td></tr> <tr><td>60°</td><td><math>25 f_T</math></td></tr> <tr><td>75°</td><td><math>40 f_T</math></td></tr> <tr><td>90°</td><td><math>60 f_T</math></td></tr> </tbody> </table>  |  | $\alpha$  | $K$  | 0°    | $2 f_T$ | 15° | $4 f_T$  | 30° | $8 f_T$  | 45° | $15 f_T$ | 60° | $25 f_T$ | 75° | $40 f_T$ | 90° | $60 f_T$ | <p><b>STANDARD TEES</b></p>  <p>Flow thru run . . . . . <math>K = 20 f_T</math><br/>Flow thru branch . . . . . <math>K = 60 f_T</math></p> |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| $\alpha$   | $K$  |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 0°   | $2 f_T$  |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 15°  | $4 f_T$  |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 30°  | $8 f_T$  |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 45°  | $15 f_T$   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 60°  | $25 f_T$   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 75°  | $40 f_T$   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 90°  | $60 f_T$   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| <p><b>90° PIPE BENDS AND FLANGED OR BUTT-WELDING 90° ELBOWS</b></p>  <table border="1" data-bbox="510 1108 742 1288"> <thead> <tr> <th><math>r/d</math></th> <th><math>K</math></th> <th><math>r/d</math></th> <th><math>K</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td><math>20 f_T</math></td><td>10</td><td><math>30 f_T</math></td></tr> <tr><td>2</td><td><math>12 f_T</math></td><td>12</td><td><math>34 f_T</math></td></tr> <tr><td>3</td><td><math>12 f_T</math></td><td>14</td><td><math>38 f_T</math></td></tr> <tr><td>4</td><td><math>14 f_T</math></td><td>16</td><td><math>42 f_T</math></td></tr> <tr><td>6</td><td><math>17 f_T</math></td><td>18</td><td><math>46 f_T</math></td></tr> <tr><td>8</td><td><math>24 f_T</math></td><td>20</td><td><math>50 f_T</math></td></tr> </tbody> </table> <p>The resistance coefficient, <math>K_B</math>, for pipe bends other than 90° may be determined as follows:</p> $K_B = (n - 1) \left( 0.25 \pi f_T \frac{r}{d} + 0.5 K \right) + K$ <p><math>n</math> = number of 90° bends<br/><math>K</math> = resistance coefficient for one 90° bend (per table)</p> |  | $r/d$   | $K$  | $r/d$ | $K$     | 1   | $20 f_T$ | 10  | $30 f_T$ | 2   | $12 f_T$ | 12  | $34 f_T$ | 3   | $12 f_T$ | 14  | $38 f_T$ | 4  | $14 f_T$ | 16 | $42 f_T$ | 6 | $17 f_T$ | 18 | $46 f_T$ | 8 | $24 f_T$ | 20 | $50 f_T$ | <p><b>PIPE ENTRANCE</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><b>Inward Projecting</b></p>  <p><math>K = 0.78</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" data-bbox="965 1086 1149 1265"> <thead> <tr> <th><math>r/d</math></th> <th><math>K</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00*</td><td>0.5</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>0.28</td></tr> <tr><td>0.04</td><td>0.24</td></tr> <tr><td>0.06</td><td>0.15</td></tr> <tr><td>0.10</td><td>0.09</td></tr> <tr><td>0.15 &amp; up</td><td>0.04</td></tr> </tbody> </table> <p>*Sharp-edged</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>Flush</b></p>  <p>For <math>K</math>, see table</p> </div> </div> |  | $r/d$ | $K$ | 0.00* | 0.5 | 0.02 | 0.28 | 0.04 | 0.24 | 0.06 | 0.15 | 0.10 | 0.09 | 0.15 & up | 0.04 |
| $r/d$  | $K$  | $r/d$   | $K$  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 1  | $20 f_T$   | 10  | $30 f_T$   |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 2  | $12 f_T$   | 12  | $34 f_T$   |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 3  | $12 f_T$   | 14  | $38 f_T$   |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 4  | $14 f_T$   | 16  | $42 f_T$   |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 6  | $17 f_T$   | 18  | $46 f_T$   |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 8  | $24 f_T$   | 20  | $50 f_T$   |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| $r/d$  | $K$  |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 0.00*  | 0.5  |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 0.02   | 0.28   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 0.04   | 0.24   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 0.06   | 0.15   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 0.10   | 0.09   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| 0.15 & up  | 0.04   |   |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |
| <p><b>CLOSE PATTERN RETURN BENDS</b></p>  <p><math>K = 50 f_T</math></p>  |  | <p><b>PIPE EXIT</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><b>Projecting</b></p>  <p><math>K = 1.0</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>Sharp-Edged</b></p>  <p><math>K = 1.0</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>Rounded</b></p>  <p><math>K = 1.0</math></p> </div> </div> |  |       |         |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |     |          |  |          |    |          |   |          |    |          |   |          |    |          |  |  |       |     |       |     |      |      |      |      |      |      |      |      |           |      |

Tabla A1.3. Constantes del método del doble coeficiente, ecuación (1.23) (Hooper)

| TIPO DE ACCESORIO       |                               | $K_1$                                 | $K_\infty$                  |       |      |
|-------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|-------|------|
| Codos                   | 90°                           | Estándar (R/D=1) roscado              | 800                         | 0.40  |      |
|                         |                               | Estándar (R/D=1) bridado/soldado      | 800                         | 0.25  |      |
|                         |                               | Radio largo (R/D=1.5) todos los tipos | 800                         | 0.20  |      |
|                         |                               | Codos a Inglete (R/D=1.5)             | 1 soldadura (ángulo: 90°)   | 1000  | 1.50 |
|                         |                               |                                       | 2 soldaduras (ángulos: 45°) | 800   | 0.35 |
|                         |                               |                                       | 3 soldaduras (ángulos: 30°) | 800   | 0.30 |
|                         | 4 soldaduras (ángulos: 22.5°) |                                       | 800                         | 0.27  |      |
|                         | 5 soldaduras (ángulos: 18°)   | 800                                   | 0.25                        |       |      |
|                         | 45°                           | Estándar (R/D=1) todos los tipos      | 500                         | 0.20  |      |
|                         |                               | Radio largo (R/D=1.5) todos los tipos | 500                         | 0.15  |      |
|                         |                               | Inglete, 1 soldadura, ángulo 45°      | 500                         | 0.25  |      |
|                         |                               | Inglete, 2 soldaduras, ángulo 22.5°   | 500                         | 0.15  |      |
|                         | 180°                          | Estándar (R/D=1) roscado              | 1000                        | 0.60  |      |
|                         |                               | Estándar (R/D=1) bridado/soldado      | 1000                        | 0.35  |      |
|                         |                               | Radio largo (R/D=1.5) todos los tipos | 1000                        | 0.30  |      |
| Te                      | Como codo                     | Estándar, roscada                     | 500                         | 0.70  |      |
|                         |                               | Radio largo, roscada                  | 800                         | 0.40  |      |
|                         |                               | Estándar, bridada o roscada           | 800                         | 0.80  |      |
|                         |                               | Derivación tipo stub-in               | 1000                        | 1.00  |      |
|                         | Flujo directo                 | Roscada                               | 200                         | 0.10  |      |
|                         |                               | Bridada o soldada                     | 150                         | 0.50  |      |
| Derivación tipo stub-in |                               | 100                                   | 0.00                        |       |      |
| Válvulas                | Esclusa, esférica, tapón      | Pasaje total, $\beta=1$               | 300                         | 0.10  |      |
|                         |                               | Asiento reducido, $\beta=0.9$         | 500                         | 0.15  |      |
|                         |                               | Asiento reducido, $\beta=0.8$         | 1000                        | 0.26  |      |
|                         | Globo, estándar               | 1500                                  | 4.00                        |       |      |
|                         | Globo en ángulo o tipo Y      | 1000                                  | 2.00                        |       |      |
|                         | Diafragma, tipo dam           | 1000                                  | 2.00                        |       |      |
|                         | Mariposa                      | 800                                   | 0.25                        |       |      |
|                         | Retención                     | Pistón                                | 2000                        | 10.00 |      |
|                         |                               | Clapeta                               | 1500                        | 1.50  |      |
| Disco basculante        |                               | 1000                                  | 0.50                        |       |      |

Notas: Para curvas con R/D = 5 con ángulos entre 45° a 180°, usar R/D = 1.5.  
Usar los valores correspondientes a la "T" para flujo de T en cruz.

Tabla A1.4. Constantes del método de doble Coeficiente para entradas y salidas de tanques (Hooper).

| Obstrucción          |         | $K_1$ | $K_\infty$ |
|----------------------|---------|-------|------------|
| Entrada desde tanque | normal  | 160   | 0.5        |
|                      | "Borda" | 160   | 1          |
| Salida a tanque      | -       | 0     | 1          |

Tabla A1.5. Coeficientes de resistencia para cambios de sección. Método del doble coeficiente (Hooper)

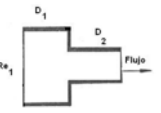
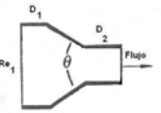

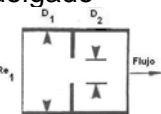
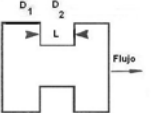
| Accesorio   | Reynolds de entrada | K basado en carga de velocidad de entrada al accesorio   |
|---|---------------------|--|
| <b>A</b><br>Reducción recta<br>    | $Re \leq 2500$      | $K = \left[ 1.2 + \frac{160}{Re} \right] \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right]$  |
|   | $Re > 2500$         | $K = \left[ 0.6 + 0.48 f_1 \right] \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right]$   |
| <b>B</b><br>Reducción cónica<br>   | Todos               | Multiplicar K del caso A por:<br>$\sqrt{\text{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right)}$ para: $45^\circ < \theta < 180^\circ$<br>ó<br>$\left[ 1.6 \text{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$ para: $0^\circ < \theta < 45^\circ$ |
| <b>C</b><br>Reductor<br>          | Todos               | $K = \left[ 0.1 + \frac{50}{Re} \right] \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right]$   |
| <b>D</b><br>Orificio delgado<br> | $Re \leq 2500$      | $K = \left[ 2.72 + \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \left( \frac{120}{Re} - 1 \right) \right] \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right] \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right]$                                 |
|   | $Re > 2500$         | $K = \left[ 2.72 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \left( \frac{4000}{Re} \right) \right] \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right] \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 - 1 \right]$                                    |
| <b>E</b><br>Orificio grueso<br>  | Todos               | Si $\frac{L}{D_2} > 5$ , use los casos A y F, de lo contrario multiplicar K del caso D por:<br>$\left\{ 0.584 + \frac{0.0936}{\left( \frac{L}{D} \right)^{1.5} + 0.225} \right\}$  |

Tabla A1.5. Coeficientes de resistencia para cambios de sección. Método del doble coeficiente (Hooper). Continuación.

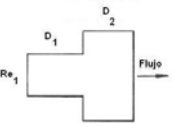
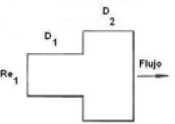
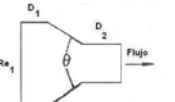
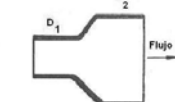
| Accesorio   | Reynolds de entrada | $K$ basado en carga de velocidad de entrada al accesorio  |
|---|---------------------|---|
| <b>F</b><br>Expansión recta<br>  | $Re \leq 4000$      | $K = 2 \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^4 \right]$   |
|                                  | $Re > 4000$         | $K = [1 + 0.8f_1] \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2 \right\}$   |
| <b>G</b><br>Expansión cónica<br> | Todos               | Si $\theta > 45^\circ$ , use $K$ del caso F, de lo contrario multiplique $K$ del caso F por:<br>$\left[ 2.6 \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$ |
| <b>H</b><br>Reductor<br>        | Todos               | Use $K$ del caso F  |

Tabla A1.6. Valores de  $K_m$  y  $K_n$  para la ecuación (1.26).

| Accesorio                                      | $K_m$   | $K_n$                      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                    |
|--|---------|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------------------|
|  |         | Diámetro nominal, pulgadas |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                    |
|  |         | 0.5                        | 0.75 | 1    | 1.5  | 2    | 3    | 4    | 6    | 8    | 10   | $\geq \frac{1}{2}$ |
| Codo 90°,<br>r/D=1                             | 85<br>0 | 0.52                       | 0.48 | 0.45 | 0.40 | 0.38 | 0.35 | 0.33 | 0.30 | 0.28 | 0.27 | 0.26               |
| Codo 90°,<br>r/D=1.5                           | 85<br>0 | 0.36                       | 0.34 | 0.31 | 0.28 | 0.27 | 0.24 | 0.23 | 0.21 | 0.20 | 0.19 | 0.18               |
| Codo 45°,<br>r/D=1                             | 45<br>0 | 0.37                       | 0.34 | 0.32 | 0.29 | 0.27 | 0.25 | 0.23 | 0.21 | 0.20 | 0.19 | 0.18               |
| Codo 45°,<br>r/D=1.5                           | 45<br>0 | 0.24                       | 0.22 | 0.21 | 0.19 | 0.18 | 0.16 | 0.15 | 0.14 | 0.13 | 0.13 | 0.12               |
| Vál.<br>Exclusa<br>abierta,<br>paso total      | 30<br>0 | 0.08                       | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04               |
| Válvula.<br>Esférica<br>abierta,<br>paso total | 13<br>0 | 0.20                       | 0.16 | 0.12 | 0.09 | 0.07 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.03               |
| Te en<br>derivación,<br>forjada                | 85<br>0 | 1.15                       | 1.06 | 0.99 | 0.87 | 0.81 | 0.72 | 0.67 | 0.59 | 0.55 | 0.51 | 0.49               |
| Te en<br>derivación,<br>recta                  | 85<br>0 | 1.20                       | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.20               |
| Te en<br>línea                                 | 15<br>0 | 0.34                       | 0.30 | 0.26 | 0.22 | 0.19 | 0.16 | 0.14 | 0.12 | 0.10 | 0.09 | 0.09               |

$$K_{\text{accesorio}} = \frac{K_m}{\text{Re}} + K_n$$

Tabla A1.7. Valores de  $K_1$ ,  $K_\infty$  y  $K_0$  para la ecuación (1.27).

| Accesorio         |                        |                          |   | $K_1$ | $K_\infty$ | $K_0$ |
|-------------------|------------------------|--------------------------|---|-------|------------|-------|
| Codos             | 90°                    | Roscado, estándar        | $r/D = 1$                               | 800   | 0.14       | 4.0   |
|                   |                        | Roscado, radio largo     | $r/D = 1.5$                             | 800   | 0.071      | 4.2   |
|                   |                        | Bridado, soldado, curvas | $r/D = 1$                               | 800   | 0.091      | 4.0   |
|                   |                        |                          | $r/D = 2$                               | 800   | 0.056      | 3.9   |
|                   |                        |                          | $r/D = 4$                               | 800   | 0.066      | 3.9   |
|                   |                        | Inglete                  | $r/D = 6$                               | 800   | 0.075      | 4.2   |
|                   | 1 soldadura 90°        |                          | 1000                                    | 0.27  | 4.0        |       |
|                   | 2 soldaduras 45°       |                          | 800                                     | 0.068 | 4.1        |       |
|                   | 45°                    | Roscado estándar         | $r/D = 1$                               | 500   | 0.071      | 4.2   |
|                   |                        |                          | $r/D = 1.5$                             | 500   | 0.052      | 4.0   |
|                   |                        | inglete                  | 1 soldadura 45°                         | 500   | 0.086      | 4.0   |
|                   |                        |                          | 2 soldaduras 22.5°                      | 500   | 0.052      | 4.0   |
| 180°              | Roscado, curva cerrada | $r/D = 1$                | 1000                                    | 0.23  | 4.0        |       |
|                   | bridado                | $r/D = 1$                | 1000                                    | 0.12  | 4.0        |       |
|                   | Todos                  | $r/D = 1.5$              | 1000                                    | 0.10  | 4.0        |       |
| Te                | En derivación          | roscada                  | $r/D = 1$                               | 500   | 0.274      | 4.0   |
|                   |                        |                          | $r/D = 1.5$                             | 800   | 0.14       | 4.0   |
|                   |                        | Bridada                  | $r/D = 1$                               | 800   | 0.28       | 4.0   |
|                   | recta                  | Stub in branch           |   | 1000  | 0.34       | 4.0   |
|                   |                        | Roscada                  | $r/D = 1$                               | 200   | 0.091      | 4.0   |
|                   |                        | bridada                  | $r/D = 1$                               | 150   | 0.017      | 4.0   |
| Válvula ángulo    | 45°                    | Paso total               | $\beta = 1$                             | 950   | 0.25       | 4.0   |
|                   | 90°                    | Paso total               | $\beta = 1$                             | 1000. | 0.69       | 4.0   |
| Válvula globo     |                        | estándar                 | $\beta = 1$                             | 1500  | 1.70       | 3.6   |
| Válvula tapón     |                        | Flujo en derivación      |   | 500   | 0.41       | 4.0   |
|                   |                        | Flujo recto              |   | 300   | 0.084      | 3.9   |
|                   |                        | Tres vías (flujo recto)  |   | 300   | 0.14       | 4.0   |
| Válvula esclusa   |                        | estándar                 | $\beta = 1$                             | 300   | 0.037      | 3.9   |
| Válvula esférica  |                        | Estándar                 | $\beta = 1$                             | 300   | 0.015      | 3.5   |
| Válvula diafragma |                        | Tipo dam                 |   | 1000  | 0.69       | 4.9   |
| Válvula retención |                        | basculante               | $V_{\min} = 35[\rho(lb/ pie^3)]^{-1/2}$ | 1500  | 0.46       | 4.0   |
|                   |                        | Lift                     | $V_{\min} = 40[\rho(lb/ pie^3)]^{-1/2}$ | 2000  | 2.85       | 3.8   |

$$K_{\text{accesorio}} = \frac{K_1}{Re} + K_\infty \left( 1 + \frac{K_0}{D_n^{0.3}} \right)$$

Tabla A1.8. Flujo compresible  
 Condiciones a la salida de un conducto en función de  $Ma_1$  y  $Ma_2$

| Variable                      | Flujo isotérmico           | Flujo adiabático  |
|-------------------------------|----------------------------|---|
| <b>Flujo subsónico</b>        |                            |   |
| $p_2$                         | $p_1 \frac{Ma_1}{Ma_2}$    | $p_1 \frac{Ma_1}{Ma_2} \sqrt{\frac{2+(k-1)Ma_1^2}{2+(k-1)Ma_2^2}}$    |
| $T_2$                         | $T_1$                      | $T_1 \frac{2+(k-1)Ma_1^2}{2+(k-1)Ma_2^2}$                             |
| $\rho_2$                      | $\rho_1 \frac{Ma_1}{Ma_2}$ | $\rho_1 \frac{Ma_1}{Ma_2} \sqrt{\frac{2+(k-1)Ma_1^2}{2+(k-1)Ma_2^2}}$ |
| $u_2$                         | $u_1 \frac{Ma_2}{Ma_1}$    | $u_1 \frac{\rho_1}{\rho_2}$   |
| <b>Flujo crítico o sónico</b> |                            |   |
| $p_2$                         | $p_1 Ma_1 \sqrt{k}$        | $p_1 Ma_1 \sqrt{\frac{2+(k-1)Ma_1^2}{k+1}}$                           |
| $T_2$                         | $T_1$                      | $T_1 \frac{2+(k-1)Ma_1^2}{k+1}$                                       |
| $\rho_2$                      | $\rho_1 Ma_1 \sqrt{k}$     | $\rho_1 Ma_1 \sqrt{\frac{k+1}{2+(k-1)Ma_1^2}}$                        |
| $u_2$                         | $\frac{a}{\sqrt{k}}$       | $a$   |

Figura A1.1. Factores de Fricción para conductos comerciales (Moody, 1944)

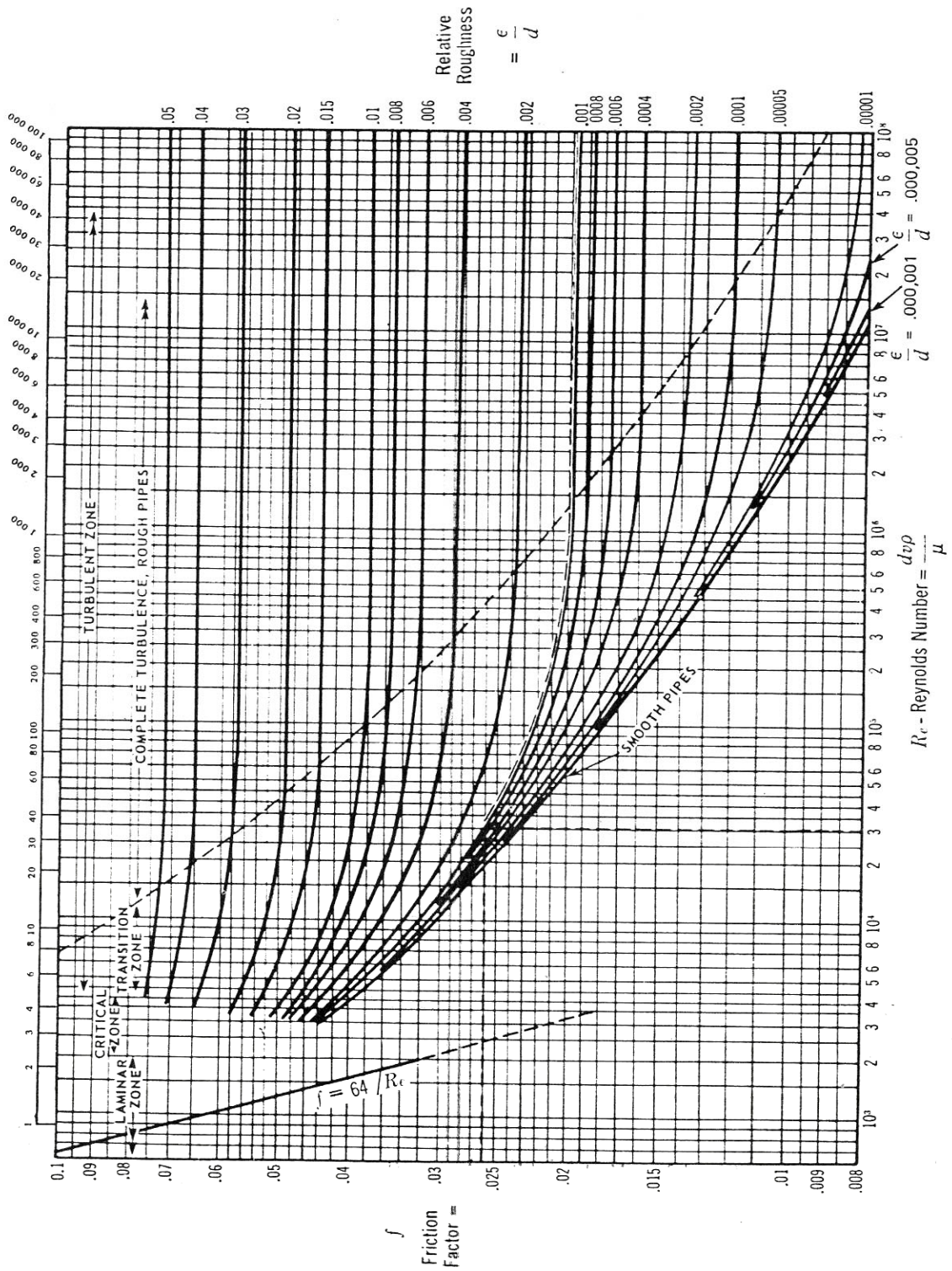


Figura A1.2. Rugosidad de materiales comunes.

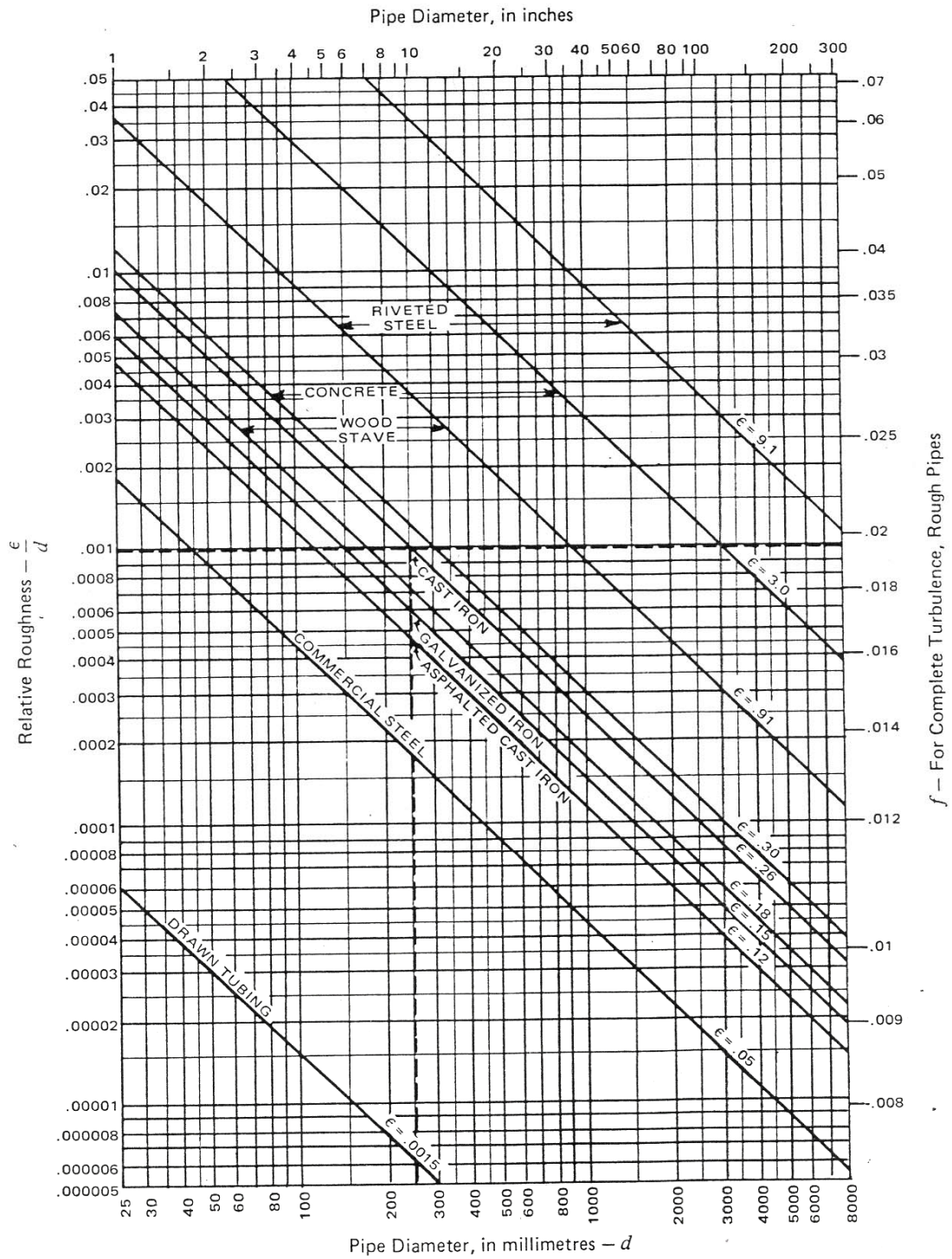


Figura A1.3. Multiplicadores  $\Phi_l^2$  y  $\Phi_g^2$  para flujo bifásico

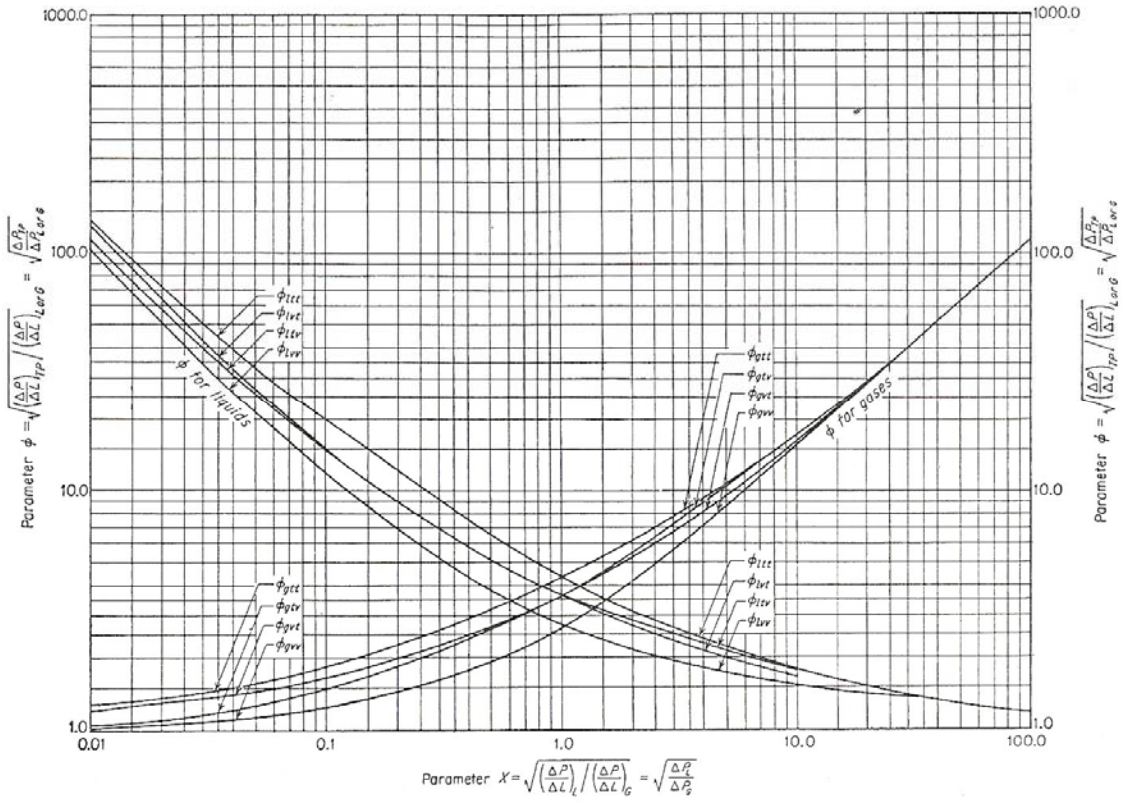


Figura A1.4. Fracción hueca ( $\epsilon$ ) para Flujo bifásico.

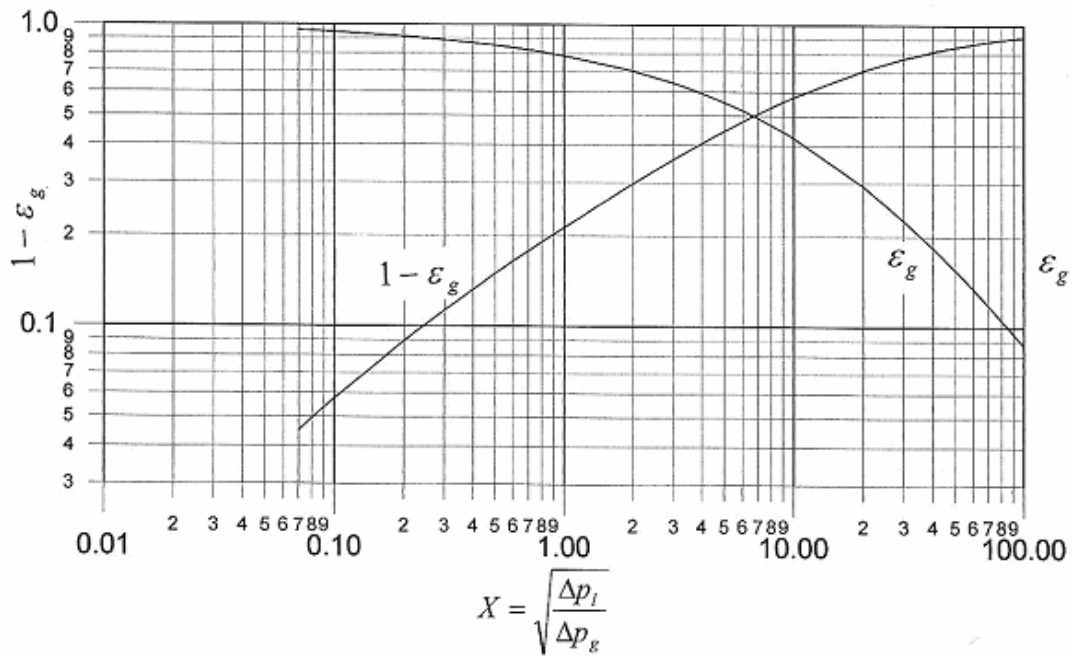
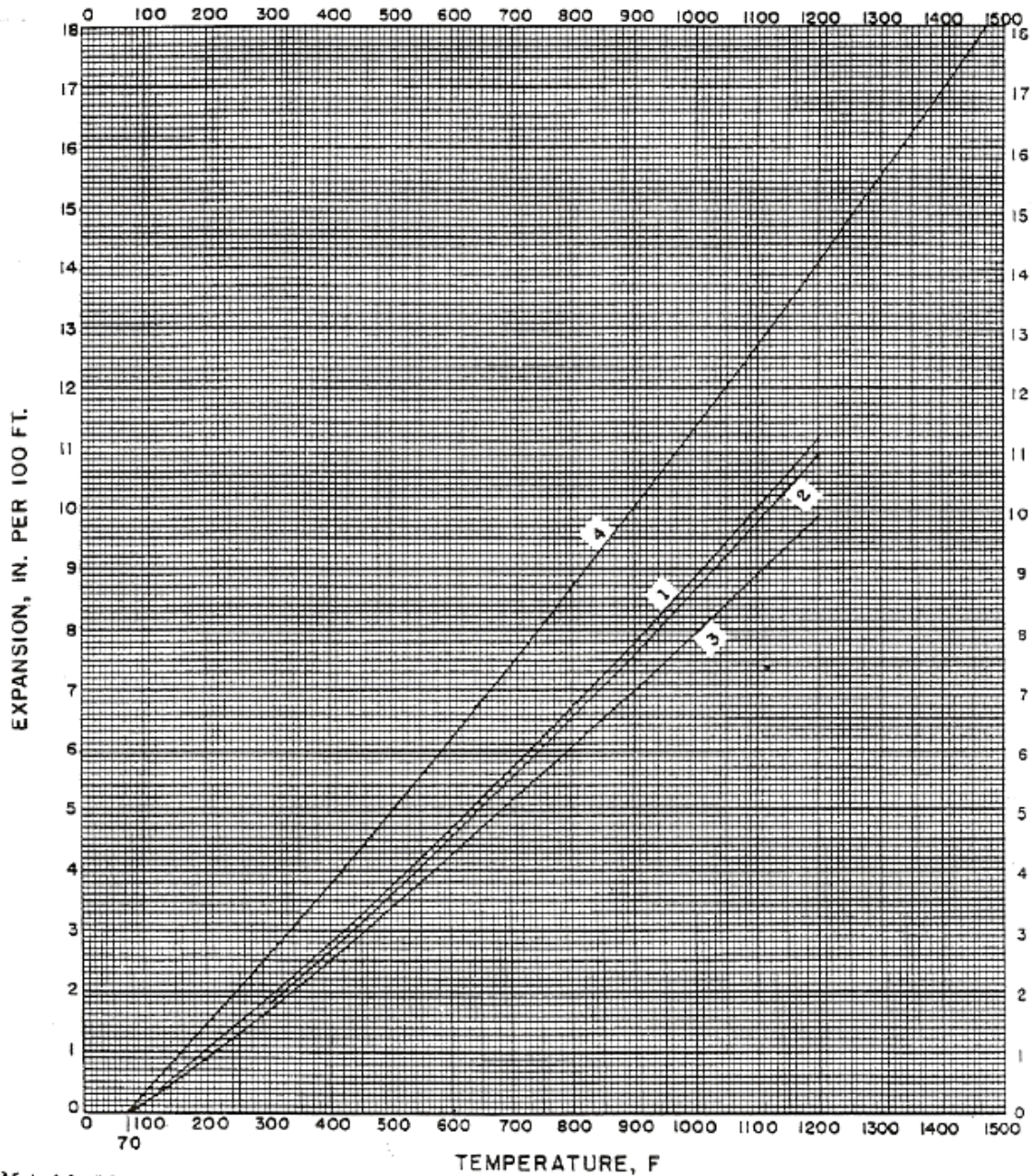


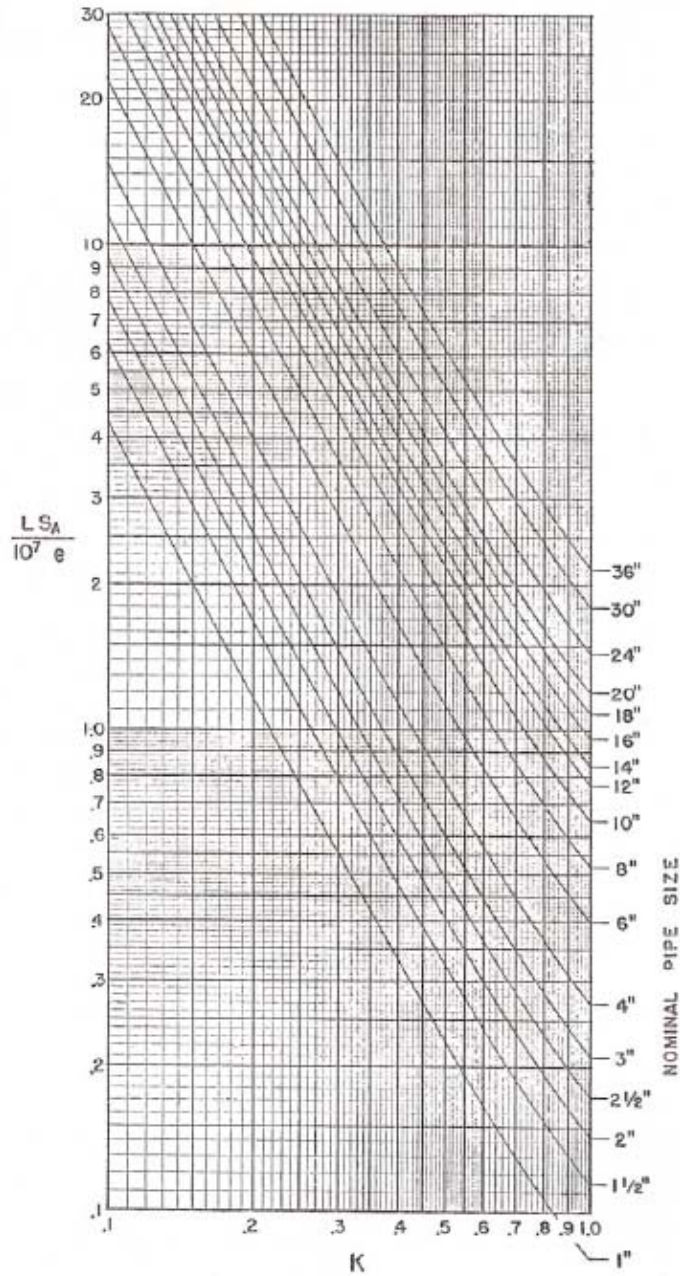
Figura A1.5. Expansión térmica de aceros al carbono y aleaciones.



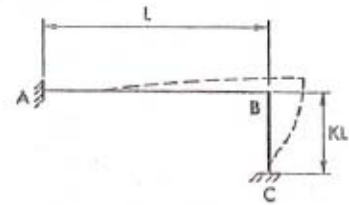
Materials (Nominal Analysis)

1. Carbon, carbon- $\frac{1}{2}$ % molybdenum, and  $\frac{1}{2}$ % chromium- $\frac{1}{2}$ % molybdenum steels.
2. 1% to 3% chromium- $\frac{1}{2}$ % to 1% molybdenum steels.
3. 4% to 10% chromium- $\frac{1}{2}$ % to 1 $\frac{1}{2}$ % molybdenum steels.
4. 18% chromium-8% nickel steels (AISI types 302, 303, 304, 321, and 347).

Figura A1.6. Longitud requerida caso (a)  
 Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, expansión térmica en el plano de los miembros

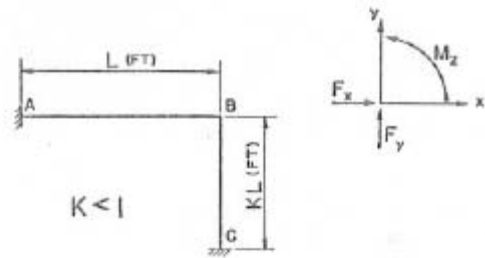
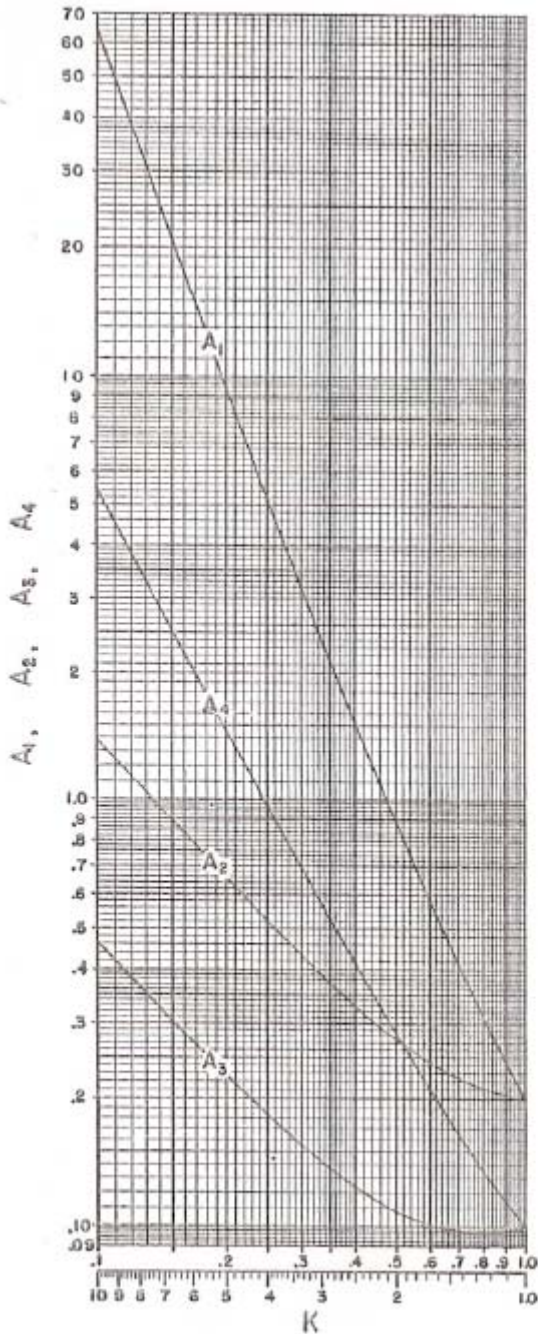


Multiply  $L$  by  $K$  to obtain length of leg  $BC$  required.



- $L$  = Length of leg  $AB$ , ft.
- $e$  = Unit linear thermal expansion, in./ft.
- Value of  $E$  used =  $29 \times 10^6$  psi.
- $S_A$  = Code allowable stress range  
 ( $1.25S_o + 0.25S_h$ ), psi.

Figura A1.7. Momentos y fuerzas caso (a)  
 Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, expansión térmica en el plano de los miembros

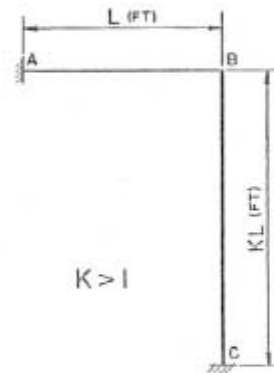


$$F_{xA} = -F_{xC} = -10^6 A_1 I e / L^2$$

$$F_{yA} = -F_{yC} = +10^6 A_2 I e / L^2$$

$$M_{xA} = +10^6 A_3 I e / L$$

$$M_{xC} = -10^6 A_4 I e / L$$



$$F_{xA} = -F_{xC} = -10^6 A_2 I e / (KL)^2$$

$$F_{yA} = -F_{yC} = +10^6 A_1 I e / (KL)^2$$

$$M_{xA} = 10^6 A_3 I e / KL$$

$$M_{xC} = -10^6 A_4 I e / KL$$

$F$  = Force, lb.

$M$  = Moment, ft-lb.

First subscript denotes *direction*.

Second subscript denotes *location*.

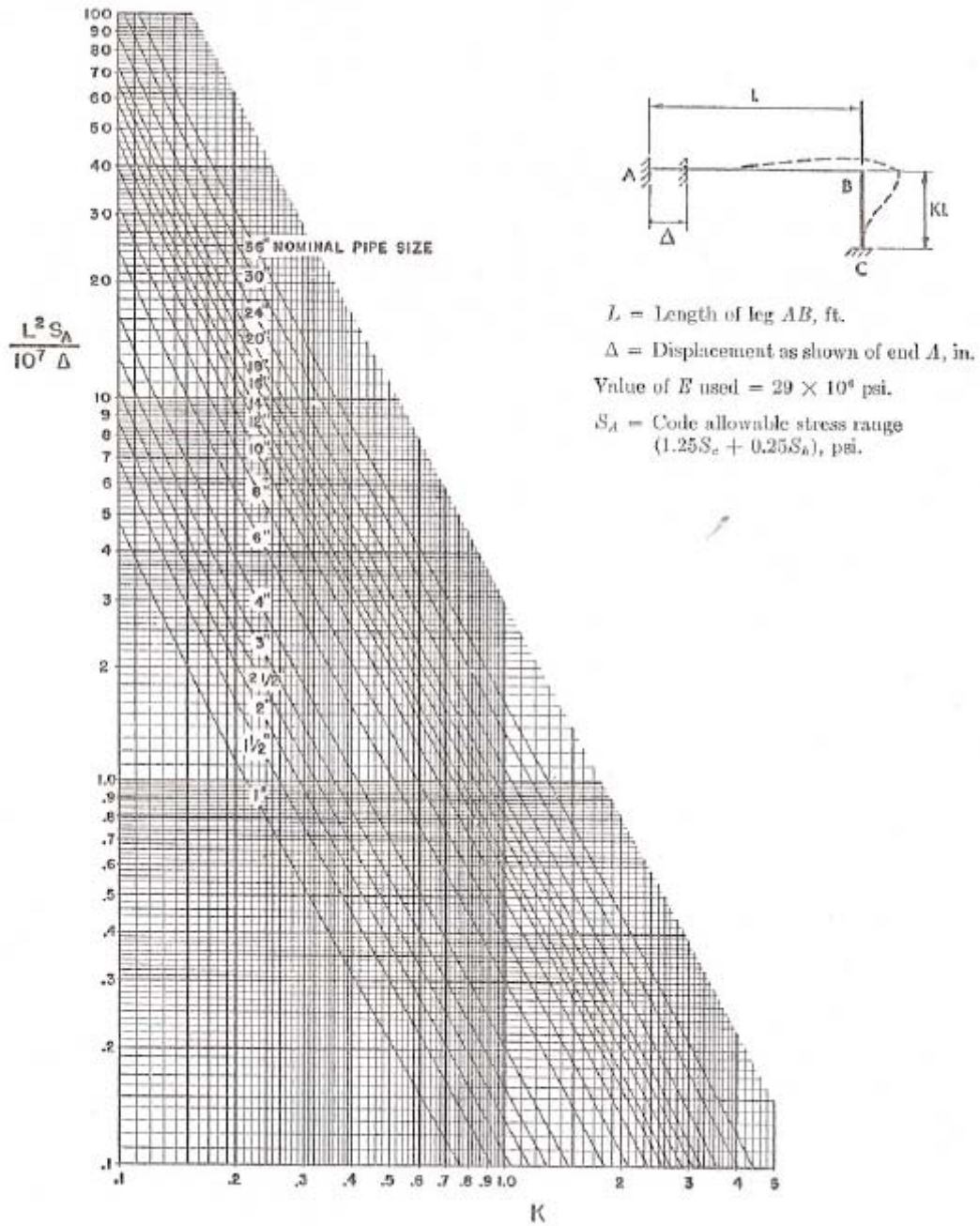
Signs are those of forces or moments *acting on* anchors.

$I$  = Moment of inertia of pipe, in.<sup>4</sup>.

$e$  = Unit linear thermal expansion, in./ft.

Value of  $E$  used =  $29 \times 10^6$  psi.

Figura A1.8. Longitud requerida caso (b)  
 Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección del miembro adjunto



Multiply  $L$  by  $K$  to obtain length of BC required.

Figura A1.9. Momentos y fuerzas caso (b)  
 Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección del miembro adjunto

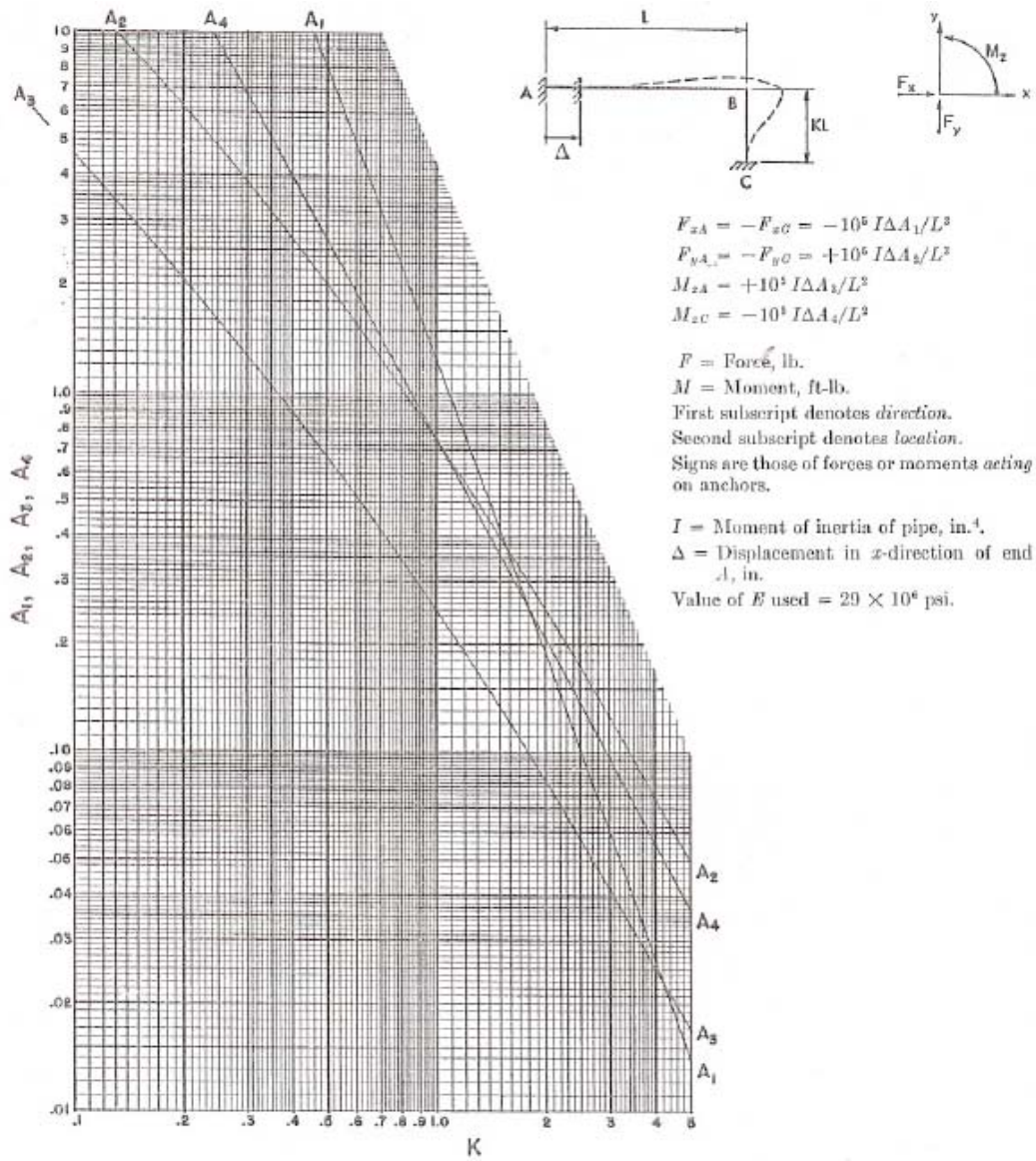
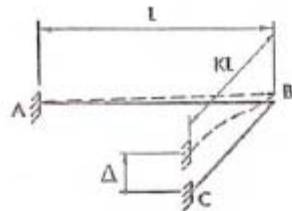
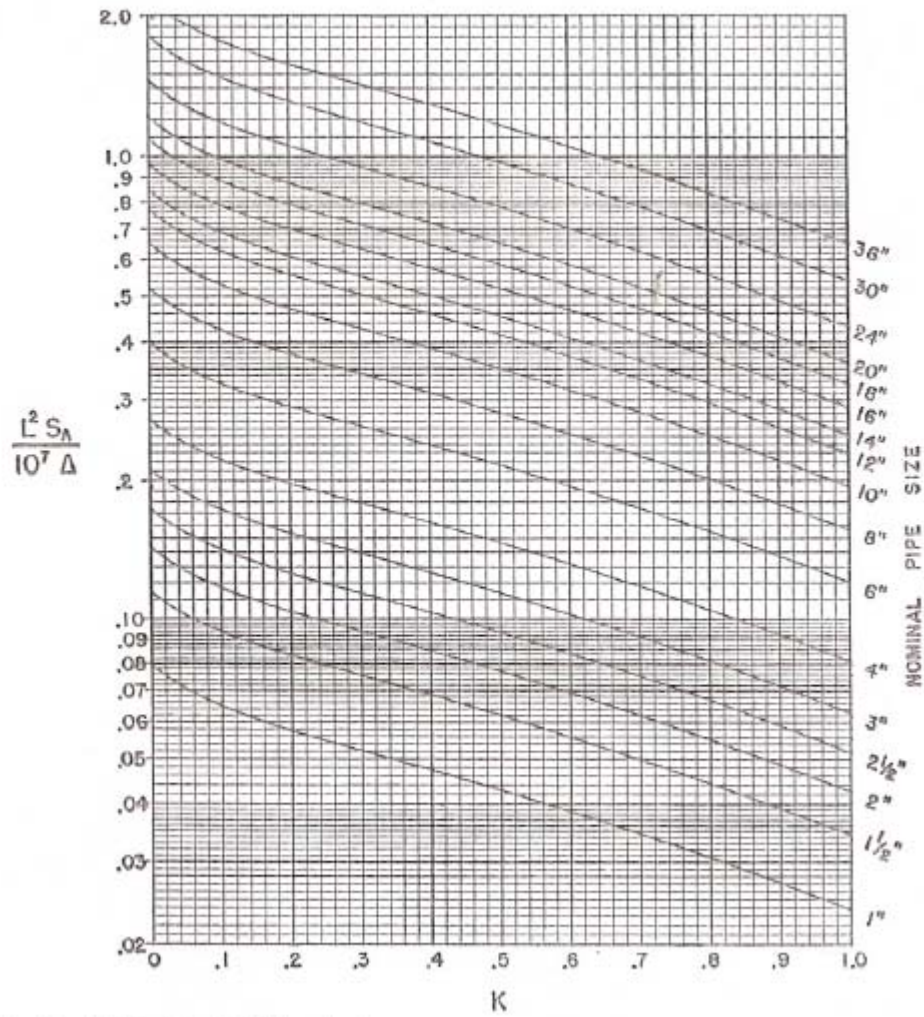


Figura A1.10. Longitud requerida caso (c)  
 Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección normal al plano de los miembros



$L$  = Length of leg  $AB$ , ft.  
 $\Delta$  = Displacement normal to plane, in.  
 Value of  $E$  used =  $29 \times 10^3$  psi.  
 $S_A$  = Code allowable stress range ( $1.25S_c + 0.25S_h$ ), psi.



Multiply  $L$  by  $K$  to obtain length of leg  $BC$  required.

Figura A1.11. Momentos y fuerzas caso (c)  
 Sistema de dos miembros, ambos extremos fijos, un anclaje desplazado en la dirección normal al plano de los miembros

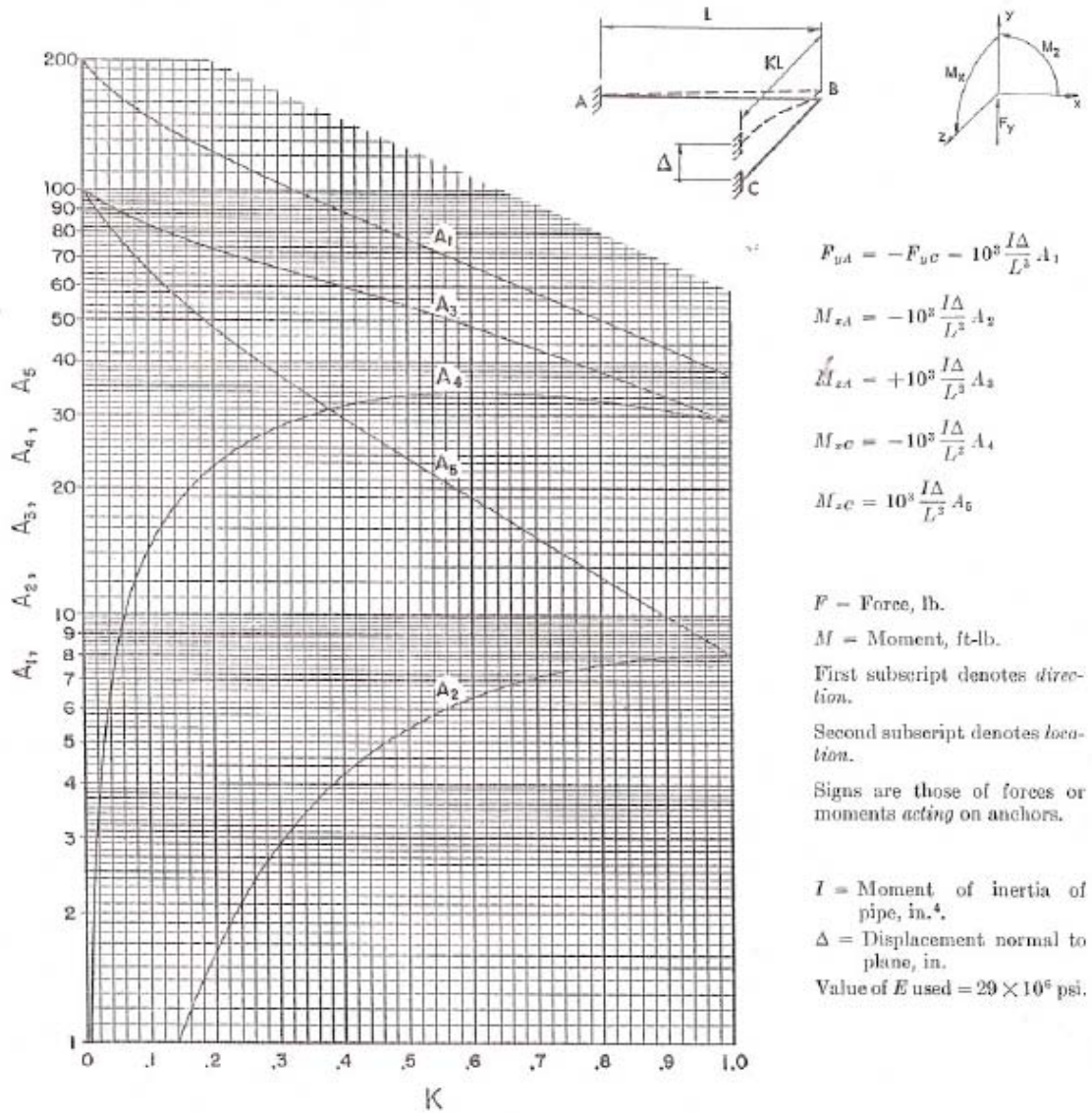


Figura A1.12. . Longitud requerida caso (d)  
Lira de expansión simétrica

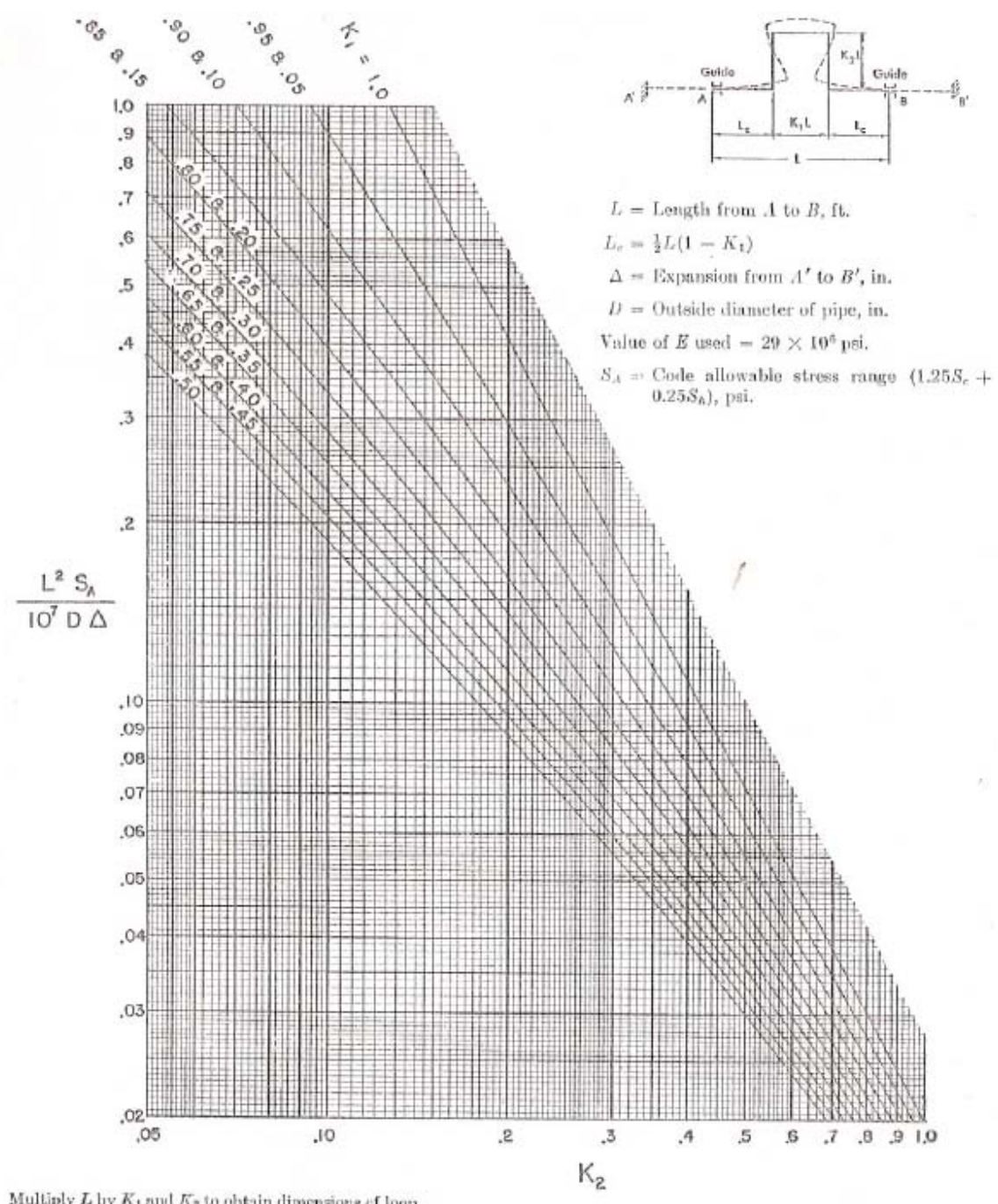
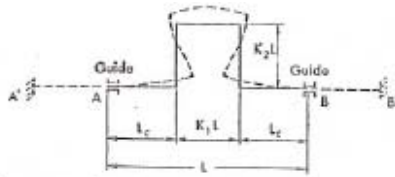
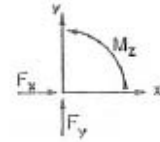


Figura A1.13. Momentos y fuerzas caso (d)  
Lira de expansión simétrica



$$F_{zA'} = -F_{zB'} = -10^4 A_1 I \Delta / L^2$$

$$M_{xA} = -M_{xB} = 10^4 A_2 I \Delta / L^2$$



$I$  = Moment of inertia of pipe, in.<sup>4</sup>.  
 $\Delta$  = Expansion from  $A'$  to  $B'$ , in.  
 Value of  $E$  used =  $29 \times 10^4$  psi.

$F$  = Force, lb.  
 $M$  = Moment, ft-lb.  
 First subscript denotes *direction*.  
 Second subscript denotes *location*.  
 Signs are those of forces or moments *acting on anchors*.

